

Seminar Algebraische Kurven

Wintersemester 2013/14

Stand 4. September 2013

Termin: donnerstags, 14-16 Uhr, SR 125, Eckerstrasse 1

Vorbesprechung: Do, 18.07.2013, 12-13 Uhr, SR 404, Eckerstr. 1.

Vorträge

Vortrag 1: **Wiederholung algebraische Geometrie**

Perry, 24.10.2013

Definition affine Varietät, projektive Varietät, Abbildungen zwischen Varietäten, [Sil86, I].

Algebraische Kurven: Funktionenring, Funktionenkörper, Bewertungsringe zu Punkten. Beispiele. [Sil86, II.1-2]

Vortrag 2: **Geradenbündel und Divisoren**

Jancke, 31.10.2013

Definition Divisoren, Divisorenklassengruppe, [Sil86, II.3].

Definition Geradenbündel, Picard-Gruppe, Picard-Gruppe und Divisorenklassengruppe sind isomorph für glatte Kurven [Har77, II.6].

Vortrag 3: **Differentiale**

Spittler, 07.11.2013

Definition Kähler-Differentiale (allgemein) [Har77, II.8], Divisoren zu Differentialen und kanonischer Divisor (für Kurven) [Sil86, II.4]

Vortrag 4: **Satz von Riemann-Roch**

Stäglich, 14.11.2013

Satz von Riemann-Roch. [Sil86, II.5]

(Alternativ wird der Satz von Riemann-Roch auch ausführlich in den Büchern zu algebraischen Codes behandelt: [Sti93, Kap. II], [Pre98, Kapitel 5] oder [Mor91, Kapitel 5].)

Vortrag 5: **Algebraische Kurven und Goppa-Codes**

Schmidt, 21.11.2013

Definition Codes, Hamming-Distanz. Definition geometrische Goppa-Codes, Ableitung Hamming-Distanz aus Riemann-Roch.

Liste alternativer Referenzen ist [Sti93, Kap. II], [Pre98, Kapitel 5] oder [Mor91, Kapitel 5].

Vortrag 6: **Satz von Hurwitz**

Lu Feng, 28.11.2013

- (a) Wiederholen Sie [Sil86, II, Section 4] über Differentiale ohne Beweise, soweit es für den nächsten Punkt benötigt wird.
- (b) Präsentieren Sie den Beweis [Sil86, II, Theorem 5.9] mit ausführlichen Erklärungen.
- (c) Exercise [Sil86, II, 2.7].
- (d) Exercise [Sil86, II, 2.8].
- (e) weitere Beispiele.

siehe auch [Har77, IV.2] oder [DS, I, 2.4].

Vortrag 7: **Elliptische Kurven**

Pulina, 05.12.2013

Geben Sie eine Übersicht über [Sil86, III, Sections 1–3]. Sie dürfen dabei Charakteristik 0 annehmen, insbesondere mit der einfachen Form der Weierstrassgleichung arbeiten:

$$y^2 = x^3 + px + q.$$

Schwerpunkte sollten auf dem folgenden liegen:

- (a) Proposition 1.4., b) Klassifikation durch die j -Invariante.
- (b) Section III.2. Das Gruppengesetz auf einer elliptischen Kurve.
- (c) Aus III.3. eine Idee, warum jede abstrakte elliptische Kurve (siehe Definition dort) durch eine Weierstrassgleichung gegeben werden kann.
- (d) III. 3.4. — eine konzeptuelle Erklärung des Gruppengesetzes, je nach Geschmack können Sie auch das Gruppengesetz vorher so motivieren.

Es sollten aus Zeitgründen ausführliche Beweise nur für ein oder zwei ausgewählte Aussagen präsentiert werden.

siehe auch [Har77, IV.4].

Vortrag 8: **Riemannsche Flächen**

Haag, 12.12.2013

Geben Sie eine kurze Einführung in Riemannsche Flächen. Schwerpunkte sollten auf dem folgenden liegen:

- (a) Definition mit holomorphen Karten.
- (b) Die Riemannsche Fläche zu einer glatten algebraischen Kurve über \mathbb{C} .
- (c) Umkehrung: Algebraizität von Riemannschen Flächen, z.B. [DS, I, Section 6] (nur Beweisidee — analytischer Riemann-Roch)

- (d) Definition von topologischem Geschlecht (via Triangulierung — ohne Beweise) und Gleichheit von topologischem und algebraischem Geschlecht.
- (e) Beispiel elliptische Kurven. Alternative Definition als \mathbb{C}/Λ , wobei $\Lambda \subset \mathbb{C}$ ein vollständiges Gitter ist. Explizite Beschreibung des meromorphen Funktionskörpers — doppelperiodische Funktionen. Analytische Beschreibung des Gruppengesetzes.

Es sollten aus Zeitgründen ausführliche Beweise nur für ein oder zwei ausgewählte Aussagen präsentiert werden.

Referenzen: [FK, Chapter I–III], [DS, Chapter I], auch [Gri, Chapter I] und für (e) auch [Har77, IV.4].

Literatur

- [DS] V.I. Danilov. V.V. Shokurov. Algebraic curves, algebraic manifolds and schemes. Translated from the 1988 Russian original by D. Coray and V. N. Shokurov. Translation edited and with an introduction by I. R. Shafarevich. Reprint of the original English edition from the series Encyclopaedia of Mathematical Sciences [Algebraic geometry. I, Encyclopaedia Math. Sci., 23, Springer, Berlin, 1994]. Springer-Verlag, Berlin, 1998.
- [FK] H.M. Farkas, I. Kra. Riemann surfaces. Second edition. Graduate Texts in Mathematics, 71. Springer-Verlag, New York, 1992.
- [Gri] P.A. Griffiths. Introduction to algebraic curves. Translated from the Chinese by Kuniko Weltin. Translations of Mathematical Monographs, 76. American Mathematical Society, 1989.
- [Har77] R. Hartshorne. Algebraic geometry. Graduate Texts in Mathematics 52. Springer-Verlag, 1977.
- [Mor91] C. Moreno. Algebraic curves over finite fields. Cambridge Tracts in Mathematics, 97. Cambridge University Press, 1991.
- [Pre98] O. Pretzel. Codes and algebraic curves. Oxford Lecture Series in Mathematics and its Applications, 8. The Clarendon Press, Oxford University Press, 1998.
- [Sil86] J.H. Silverman. The arithmetic of elliptic curves. GTM 106. Springer, 1986.
- [Sti93] H. Stichtenoth. Algebraic function fields and codes. Universitext. Springer-Verlag, 1993.