# Übungen zur Vorlesung "Algebra und Zahlentheorie" WS16/17 Blatt 11

**Ausgabe:** 15.01.2018, **Abgabe:** 22.01.2018

---

Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:

http://home.mathematik.uni-freiburg.de/arithgeom/lehre/ws17/azt/

Alle Lösungen sind vollständig zu begründen.
Bonusaufgaben gehen nicht in die Pflichtwertung ein, sondern können benutzt werden, um zusätzliche Punkte zu erhalten.
**Bei Fragen zur Vorlesung wenden Sie sich frühzeitig an Ihren Tutor oder Ihre Tutorin.**

---

**Aufgabe 11.1:** Sei $K = \mathbb{Q}(\sqrt[4]{2}, i)$. Zeigen Sie:

1. Es gibt $\tau : K \to K$ mit $\tau(\sqrt[4]{2}) = \sqrt[4]{2}$ und $\tau(i) = -i$.
2. Es gibt $\sigma : K \to K$ mit $\sigma(i) = i$ und $\sigma(\sqrt[4]{2}) = i\sqrt[4]{2}$.
3. Berechnen Sie $\sigma\tau$ und $\tau\sigma$.
4. Zeigen Sie, dass $K/\mathbb{Q}$ galoisch ist.
5. Geben Sie die Galoisgruppe mit Erzeugern und Relationen an.

(10 Punkte)

**Aufgabe 11.2:** Sei $\zeta_3 = \exp\left(\frac{2\pi i}{3}\right)$ eine primitive 3te Einheitswurzel. Betrachten Sie $L = \mathbb{Q}(\zeta_3, i, \sqrt{3})$. Bestimmen Sie die Struktur der Galoisgruppe.

(4 Punkte)

**Aufgabe 11.3:** Zeigen Sie, dass die Identität der einzige Körperautomorphismus $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}) \to \mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$ ist.

(2 Punkte)