Übungen zur Vorlesung "Kommutative Algebra und algebraische Geometrie" SS 2010 Blatt 11

Ausgabe: 08.07.2010, **Abgabe:** 15.07.2010

Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:

http://home.mathematik.uni-freiburg.de/arithmetische-geometrie/lehre/ss10/kommalg.html

Alle Lösungen sind vollständig zu begründen.
Bonusaufgaben gehen nicht in die Pflichtwertung ein, sondern können benutzt werden, um zusätzliche Punkte zu erhalten.

Aufgabe 11.1: Gegeben seien die beiden folgenden ebenen Kurven im $\mathbb{P}^2$:

$$C_1 = V(X^3 - ZY^2 - 3XZ^2), C_2 = V(XZ - Y^2).$$

Bestimmen Sie die Schnittmultiplizität von C_1 und C_2 im Punkt $[0 : 0 : 1]$.

(4 Punkte)

Aufgabe 11.2: Bestimmen Sie das Hilbert-Polynom und den Grad der Varietät $V(I) \subseteq \mathbb{P}^3$, die durch das homogene Ideal $I = (XZ - Y^2, YW - Z^2, XW - YZ)$ gegeben ist.

(6 Punkte)

Aufgabe 11.3: Beweisen Sie den folgenden Spezialfall des Satzes von Bézout: Gegeben eine Kurve C vom Grad d im $\mathbb{P}^2$. Zeigen Sie, daß jede projektive Gerade L im $\mathbb{P}^2$ die Kurve C in d Punkten schneidet, wenn man Vielfachheiten mitzählt.

(8 Punkte)