

# “Algebraische Zahlentheorie”

## SS 2014 — Übungsblatt 10

Ausgabe: 22.07.14, Abgabe: —

---

Diese Aufgaben sollen Ihnen beim Wiederholen des Stoffs helfen. Versuchen Sie zunächst eine Bearbeitung ohne Skript.

**Aufgabe 10.1:** Was ist der ganze Abschluss?

**Aufgabe 10.2:** Berechnen Sie den ganzen Abschluss von  $\mathbb{Z}$  in  $\mathbb{Q}(\sqrt{3})$ .

**Aufgabe 10.3:** Was ist die Diskriminante? Welche Berechnungsmethoden kennen Sie? Wofür wird sie verwendet?

**Aufgabe 10.4:** Welche Sätze über die Norm eines Elementes/eines Ideals kennen Sie?

**Aufgabe 10.5:** Was ist der Zusammenhang zwischen Dedekindringen und Hauptidealringen?

**Aufgabe 10.6:** Geben Sie Beispiele für einen diskreten Bewertungsring, bei dem der Restklassenkörper Charakteristik 5 hat und der Quotientenkörper Charakteristik 5 bzw. Charakteristik 0.

**Aufgabe 10.7:** Zeigen Sie, dass  $\mathbb{Q}(\sqrt{7})$  die Klassenzahl 1 hat. (Warnung: Schwierigkeitsgrad nicht überprüft).

**Aufgabe 10.8:** Bestimmen Sie die Einheiten von  $\mathbb{Q}(\sqrt{-11})$ .

**Aufgabe 10.9:** Bestimmen Sie die Struktur der Einheitengruppe von  $\mathbb{Q}(\sqrt{-11}, \sqrt{2})$ .

**Aufgabe 10.10:** Definieren Sie den Restklassen- und den Verzweigungsgrad.

**Aufgabe 10.11:** Geben Sie ein Beispiel für eine träge, eine verzweigte und eine zerlegte Primzahl für die Erweiterung  $\mathbb{Q}(\sqrt{11})/\mathbb{Q}$ . Berechnen Sie die Faktorisierungen explizit.

**Aufgabe 10.12:** Was wissen Sie über zyklotomische Körper und ihren Ganzheitsring? Machen Sie alle Aussagen explizit für die dritte Einheitswurzel.