Tutorium zur kommutativen Algebra SS17
SS17 Blatt 4

Ausgabe: 15.5.2017, **keine Abgabe**

Aufgabe T.4.1: Geben Sie ein Beispiel für einen Ring A, einen endlich erzeugten A-Modul M und einen nicht endlich erzeugten Untermodul $M' \subset M$.

Aufgabe T.4.2: Die Menge

$$A[[X]] := \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} a_i X^i \,\middle|\, a_i \in A \right\}$$

mit formaler Multiplikation und Addition, definiert einen Ring (siehe Tutorium 1). Gilt

$$A[[X]][Y] = A[Y][[X]]?$$

Aufgabe T.4.3: Sei A ein Ring und

$$0 \longrightarrow M_1 \longrightarrow M_2 \longrightarrow \cdots \longrightarrow M_n \longrightarrow 0$$

eine exakte Sequenz von A-Moduln. Gelte für ein $1 \leq i \leq n$, dass alle M_j mit $j \neq i$ noethersch sind. Folgt dann, dass M_i auch noethersch ist?
Was können wir sagen, wenn höchstens zwei Moduln nicht noethersch sind?

Aufgabe T.4.4: Sei A ein noetherscher Ring und M ein endlich erzeugter Modul. Zeigen Sie, dass jeder Quotientenmodul von M wieder noethersch ist.

Eine frühere Version dieses Blatts enthielt eine weitere Aufgabe, die entfernt wurde.