

Tutorium zur kommutativen Algebra SS17

SS17 Blatt 6

Ausgabe: 29.5.2017, keine Abgabe

Aufgabe T.6.1: Wir betrachten die Moduln $M := \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ und $N := \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$ über dem Ring \mathbb{Z} . Beschreiben Sie jeweils die Lokalisierung an dem Element 2 sowie die Lokalisierung am dem Primideal (2) .

Aufgabe T.6.2: Zerlegen Sie die durch das Ideal

$$I = (x^2 + y^2 - z^2, x)$$

in $\mathbb{C}[x, y, z]$ definierte affine Varietät V in ihre irreduziblen Komponenten. Bestimmen Sie die minimalen Primideale des Rings $\mathcal{O}(V)$.

Aufgabe T.6.3: Beschreiben Sie die Menge aller Ideale in den folgenden Ringen und erklären Sie welche Ideale prim (bzw. maximal, bzw. radikal) sind:

1. \mathbb{Z}
2. $k[X]$ (wobei k ein beliebiger algebraisch abgeschlossener Körper ist)
3. $\mathbb{R}[X]$
4. $\mathbb{C}[X, Y]/(XY - 1)$

Aufgabe T.6.4: Sei R ein Ring und I ein Ideal. Beweisen Sie, dass

$$I[X] := \left\{ \sum a_i X^i \in R[X] \mid a_i \in I \right\}$$

ein Ideal von $R[X]$ ist.