Tutorium zur kommutativen Algebra SS17
SS17 Blatt 7

Ausgabe: 12.6.2017, **keine Abgabe**

Aufgabe T.7.1: Wir betrachten

1. $V_1 := V(x_1^2 - x_2x_0, x_1^3 - x_3x_0^2)$,
2. $V_2 := V(x_0^3 + x_1^3 + x_2^3)$,
3. $V_3 := V(x_0^2x_1 + x_2^2x_1 - x_0x_1^2)$

als projektive algebraische Mengen in $\mathbb{P}^3(K)$. Dann definiert der Schnitt $V_j \cap U_i$ mit den standardaffinen offenen Teilmengen für $i := 0, 1, 2$ jeweils eine algebraische Teilmenge in $\mathbb{A}^3(K)$. Bestimmen Sie diese affinen Varietäten.

Aufgabe T.7.2: *(Homogenisieren von Polynomen)* Wählen Sie eine algebraische Menge $V \subset \mathbb{A}^n$ und versuchen Sie eine projektive algebraische Menge $W \subset \mathbb{P}^n$ zu konstruieren, die die Eigenschaft

$$W \cap U_0 = V$$

erfüllt, wobei wir stillschweigend die Identifikation $U_0 \simeq \mathbb{A}^3$ benutzt haben.

Aufgabe T.7.3: Diskutieren Sie die folgende vage Aussage: Die Punkte des Raums $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ korrespondieren zu

$$\mathbb{R}^2 \cup \left\{ \begin{array}{c} \text{ein Punkt im Unendlichen für jede Äquivalenzklasse} \\ \text{paralleler Geraden} \end{array} \right\}.$$

Aufgabe T.7.4: Zeigen Sie, dass $\mathbb{P}^n(K)$ mit der Zariski-Topologie für $n \geq 1$ kein Hausdorff-Raum ist.