

Seminar Darstellungstheorie

Wintersemester 2009/10

Vorbesprechung 15.07.09

Ziel des Seminars ist eine Einführung in die Theorie der linearen algebraischen Gruppen über algebraisch abgeschlossenen Körpern. Hauptreferenz dafür ist [Spr81]. Alternativ können auch die Bücher von Borel [Bor91] oder Humphreys [Hum75] als Grundlage für die Seminarvorträge benutzt werden, allerdings sollte immer auf einheitliche Notation geachtet werden.

Zu jedem Begriff (insbesondere in den Vorträgen 10, 12-15) sollte immer klar gemacht werden, wie er in den verschiedenen klassischen Gruppen aussieht. Dabei sollten immer *alle* klassischen Gruppen behandelt werden.

1 Vorträge

1. Algebraische Geometrie I

23.10.09

Affine Varietäten, Koordinatenringe, Morphismen, lokale Ringe, Eigenschaften von Morphismen, vollständige und projektive Varietäten. Überblick über [Spr81, Kapitel 1].

2. Algebraische Geometrie II

30.10.09

Tangentialräume, Derivationen, Glattheit, Differentiale, reguläre lokale Ringe/einfache Punkte, [Spr81, Abschnitte 3.1, 3.2].

3. Definitionen und Beispiele.

27.11.09

[Spr81, Abschnitt 2.1-2.3], Definition (lineare) algebraische Gruppe, alle dort besprochenen Beispiele von algebraischen Gruppen sollten kurz vorgestellt werden, lineare algebraische Gruppen als abgeschlossene Untergruppen von GL_n .

4. **Jordan-Zerlegung in linearen Gruppen**

06.11.09

[Spr81, Abschnitt 2.4], daraus folgt der Struktursatz für kommutative lineare algebraische Gruppen.

5. **Tori und eindimensionale Gruppen**

13.11.09

[Spr81, Abschnitte 2.5,2.6] Wichtiger sind die Aussagen über Tori (Klassifikation, Starrheitssatz), der Beweis des eindimensionalen Falls \mathbb{G}_a sollte skizziert werden.

6. **Lie-Algebra einer algebraischen Gruppe**

20.11.09

[Spr81, Abschnitt 3.3]. Als Beispiele sollten die Lie-Algebren der klassischen Gruppen diskutiert werden.

7. **Homogene Räume I**

04.12.09

eventuell andere Quelle, [Bor91, Kapitel II] oder [Hum75, Kapitel IV]

Eigenschaften von Morphismen von algebraischen Varietäten, [Spr81, Abschnitt 4], wichtig wäre ein Beweis von Zariski's Hauptsatz, eventuell muss der Begriff der normalen Varietät erklärt werden.

8. **Homogene Räume II**

11.12.09

Konstruktion der Varietäten G/H als Orbit in $\mathbb{P}(V)$ einer geeigneten Darstellung (Satz von Chevalley), Nachweis der Quotienteneigenschaft, [Spr81, Abschnitt 5].

9. **Auflösbare Gruppen**

18.12.09

[Spr81, Abschnitt 6]. Zentral sind [Spr81, Theorem 6.7, 6.11], Definition der Begriffe (unipotentes) Radikal, reaktiv, halbeinfach.

[Spr81, Abschnitt 6]

10. **Parabolische Untergruppen und Borel-Untergruppen**

08.01.10

[Spr81, Abschnitte 7.2,7.3], insbesondere sollte erklärt werden, wie die Borel-Untergruppen der klassischen Gruppen aussehen.

11. **Gruppen vom Rang 1**

15.01.10

[Spr81, Kapitel 8]

12. **Wurzeldaten I**

22.01.10

[Spr81, Abschnitt 9.1,9.2], Definition der Begriffe Wurzeldatum, Wurzelsystem, Weylgruppe. Insbesondere sollten die klassischen Wurzelsysteme besprochen werden.

13. **Wurzeldaten II**

29.01.10

[Spr81, Abschnitte 9.3,9.4], Konstruktion und Eigenschaften der Wurzeldaten für eine reduktive Gruppe, insbesondere die Beispiele [Spr81, 9.3.9, 9.4.3] der Wurzeldaten für die klassischen Gruppen.

14. **Positive Wurzeln**

05.02.10

[Spr81, Abschnitt 10.1]

15. **Bruhat-Zerlegung**

12.02.10

[Spr81, Abschnitt 10.2]

Literatur

- [Bor91] Armand Borel. *Linear Algebraic Groups*, volume 126 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer, 1991. Second Edition.
- [Hum75] James E. Humphreys. *Linear Algebraic Groups*, volume 21 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer, 1975.
- [Spr81] Tonny A. Springer. *Linear Algebraic Groups*, volume 9 of *Progress in Mathematics*. Birkhäuser, 1981.