Übungen zur Vorlesung
“Arithmetische Geometrie”
WS 2010/11 Blatt 13

Ausgabe: 02.02.02011, **Abgabe:** 09.02.2011

Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:

http://home.mathematik.uni-freiburg.de/arithmetische-geometrie/lehre/ws10/arithmie.html

Alle Lösungen sind vollständig zu begründen.
Bonusaufgaben gehen nicht in die Pflichtwertung ein, sondern können benutzt werden, um zusätzliche Punkte zu erhalten.

Aufgabe 13.1: Sei $f : X \to Y$ ein Morphismus von Varietäten. Zeigen Sie, daß $f^* : \mathrm{Sh}(Y_{\text{ét}}) \to \mathrm{Sh}(X_{\text{ét}})$ ein exakter Funktor ist.

(4 Punkte)

Aufgabe 13.2: Seien $f : X \to Y$ und $g : Y \to Z$ Morphismen von Varietäten. Zeigen Sie, daß es einen kanonischen Isomorphismus $(g \circ f)_* \cong g_* \circ f_*$ von Funktoren $\mathrm{Sh}(X_{\text{ét}}) \to \mathrm{Sh}(Z_{\text{ét}})$ gibt.

(4 Punkte)

Aufgabe 13.3: Sei X eine Varietät, $\mathcal{F}$ eine konstante Garbe auf $X_{\text{ét}}$, und P_1,P_2 geometrische Punkte. Zeigen Sie, daß die Halme von $\mathcal{F}$ an P_1 und P_2 isomorph sind.

(4 Punkte)

Aufgabe 13.4: Sei $\mathcal{A}$ eine abelsche Kategorie.

(i) Sei A ein Objekt in $\mathcal{A}$ und $I \subseteq A$ ein injektives Unterobjekt. Zeigen Sie, daß I ein direkter Faktor von A ist.

(ii) Sei $\{I_j\}_{j \in J}$ eine Menge von injektiven Objekten in $\mathcal{A}$. Zeigen Sie, daß das Produkt $\prod_{j \in J} I_j$ wieder injektiv ist (vorausgesetzt es existiert).

(4 Punkte)