

Wiederholungsfragen zur Vorlesung

Arithmetische Geometrie

Die folgenden Fragen können zum Selbsttest benutzt werden. Sie wiederholen die grundlegenden Begriffe aus der Vorlesung.

1. Geben Sie drei Beispiele für Garben auf topologischen Räumen.
2. Wiederholen Sie die Definition von direktem und inversem Bild von Garben. Überlegen Sie sich, warum f_* mit Kernen und f^{-1} mit Kokernen vertauscht.
3. Definieren Sie das Maximalspektrum $\text{Spm } A$ für eine endlich erzeugte k -Algebra A als lokal geringten Raum.
4. Wie sieht man dem Ring A die Irreduzibilität von $\text{Spm } A$ an?
5. Was ist eine offene bzw. abgeschlossene Immersion? Sind offene bzw. abgeschlossene Immersionen affin?
6. Wie ist das Faserprodukt definiert und warum existieren Faserprodukte in der Kategorie der Varietäten?
7. Wann heißt eine Varietät separiert?
8. Warum sind affine Varietäten separiert? Geben Sie ein Beispiel einer nicht separierten Varietät an.
9. Wann heißt ein Morphismus eigentlich? Warum sind eigentliche quasi-projektive Varietäten projektiv?
10. Geben Sie ein Beispiel für eine glatte und eine singuläre Varietät an.
11. Wie ist der Modul $\Omega_{B/A}$ der relativen Differentialformen von B über A definiert? Wie kann man für eine Körpererweiterung L/k am Differentialmodul $\Omega_{B/A}$ erkennen, ob L/k separabel, inseparabel bzw. transzendent ist?
12. Was ist eine Modulgarbe? Geben Sie zwei Beispiele.
13. Wann heißt ein lokaler Ring regulär?