Übungsaufgaben zur Vorlesung "Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der Informatik" — WS 2011/12
Prof. Dr. Annette Huber-Klawitter — 23. November 2011
Dr. Mario Listing — Übungsblatt 5

---

**Aufgabe 1** (2 Punkte)
Zeigen Sie anhand der Definition (d.h. anhand des $\epsilon$–Kriteriums) die Konvergenz der Folge $a_n = \frac{1}{n}$.

**Aufgabe 2** (6 Punkte)
Welche der Folgen konvergieren, divergieren oder divergieren gegen $\pm\infty$ (mit Begründung)? Bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert:

$$a_n = (-1)^n \cdot n \ , \qquad b_n = \frac{4n^2 - 3n + 1}{5n^2 + 2n} \ , \qquad c_n = \frac{n^3 \cdot \sin(n) + n - 1}{n^5 + n^2 + 3}.$$

**Aufgabe 3** (6 Punkte)
Überprüfen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und auf absolute Konvergenz:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)} \ , \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \ , \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt{k}}.$$

*Hinweis für die erste Reihe: Zeigen Sie zuerst* $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$.

**Aufgabe 4** (4 Punkte)
Zeigen Sie, dass für beliebige $k_0 \in \mathbb{Z}$ und $k_n \in \{0, \ldots, 9\}$, $n \in \mathbb{N}$, die Reihe

$$\sum_{j=0}^{\infty} k_j \cdot 10^{-j}$$

konvergiert. $y = \sum_{j=0}^{\infty} k_j \cdot 10^{-j}$ heißt Dezimaldarstellung der reellen Zahl $y \in \mathbb{R}$. Ist die Darstellung einer reellen Zahl als Dezimalzahl eindeutig (mit Beweis oder Gegenbeispiel)?

*Alle Ergebnisse/Resultate sind zu begründen bzw. herzuleiten.*
*Abgabe der Lösungen: bis 12 Uhr am 01.12.2011 in den entsprechenden Briefkasten Ihrer Übungsgruppe (Kellergebäude in der Mathematik, Eckerstraße 1).*