Übungsaufgaben zur Vorlesung "Mathematik I für Studierende des Ingenieurwesens und der Informatik" WS 2011/12
Prof. Dr. Annette Huber-Klawitter 8. Dezember 2011
Dr. Mario Listing Übungsblatt 7

Aufgabe 1 (3 Punkte)
Sei $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine in x_0 stetige Funktion und $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) := x \cdot g(x).$$

Zeigen Sie, dass f in $x_0 = 0$ differenzierbar ist und bestimmen Sie $f'(0)$.

Aufgabe 2 (6 Punkte)
Untersuchen Sie die Differenzierbarkeit der Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

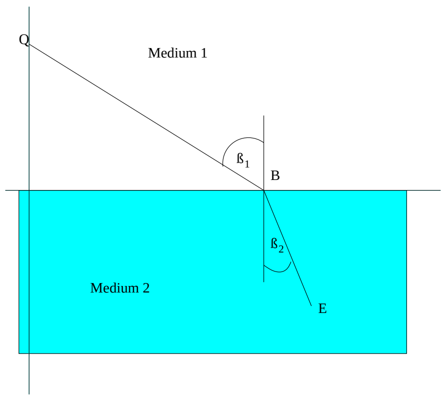
$$f(x) = \begin{cases} x^n \cdot \sin \frac{1}{x^m} & , \quad x \neq 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \end{cases}$$

in Abhängigkeit von $n, m \in \mathbb{N}$. Bestimmen Sie für die differenzierbaren Fälle die Ableitung von f. Für welche $n, m \in \mathbb{N}$ ist f stetig differenzierbar auf ganz $\mathbb{R}$?

Aufgabe 3 (3 Punkte)
Geben Sie für die folgende Funktion den maximalen Definitionsbereich an und bestimmen Sie die erste Ableitung

$$h(x) = \sin^3 \left(\exp \left(\left(\frac{1}{x^4 - 2x^2} + \frac{x}{x^3 - 8} \right)^4 \right) \right)$$

Aufgabe 4 (5 Punkte)
Gegeben sei folgender Versuchsaufbau. Ein Lichtstrahl wird von der Quelle $Q = (0, a)$ über den Brechungspunkt $B = (x, 0)$ zum Empfänger $E = (b, -c)$ geschickt. Die Geschwindigkeit beträgt im ersten Medium v_1 und im zweiten Medium v_2. Dabei sind $a, b, c, v_1, v_2 > 0$ vorgegeben. Nach dem Fermatschen Prinzip wählt das Licht denjenigen Weg, auf dem es am schnellsten von Q nach E gelangt. Der Brechungspunkt B ist dadurch bestimmt, dass die Zeit, die ein Lichtstrahl von Q über B nach E benötigt, minimal wird.



Leiten Sie damit das Brechungsgesetz von Snellius her:

$$\frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Alle Ergebnisse/Resultate sind zu begründen bzw. herzuleiten.
Abgabe der Lösungen: bis 12 Uhr am 15.12.2011 in den entsprechenden Briefkasten Ihrer Übungsgruppe (Kellergebäude in der Mathematik, Eckerstraße 1).