

Proseminar “Quadratische Formen”

Wintersemester 2012/2013

Stand 15. Januar 2013

Termine: wöchentlich eine Doppelsitzung:

dienstags, 14-16 Uhr und 16-18 Uhr, SR 125, Eckerstrasse 1

ein Blocktag am 21.01.2013, SR 318, Eckerstrasse 1

ein Blocktag am 04.02.2013, SR 318, Eckerstrasse 1

Vorträge an den Blocktagen jeweils 9-11, 11-13, 14-16.

Die Klassifikation von (nicht-ausgearteten) symmetrischen Bilinearformen auf komplexen bzw. reellen Vektorräumen ist aus der linearen Algebra bekannt: über \mathbb{C} ist die Dimension des Vektorraums die einzige Invariante, über \mathbb{R} braucht man nach dem Sylvesterschen Trägheitssatz zusätzlich den Index, also die Dimension eines maximalen positiv definiten Teilraums.

Im Proseminar soll es um die kompliziertere Frage gehen, wie symmetrische Bilinearformen auf Vektorräumen über \mathbb{Q} klassifiziert werden können. Als Zwischenschritt fragt man nach der Klassifikation von symmetrischen Bilinearformen über endlichen Körper und sogenannten p -adischen Körpern. Diese Aussagen werden dann mit Hilfe des Lokal-Global-Prinzips von Hasse und Minkowski zu einer Aussage über den rationalen Zahlen “zusammengesetzt”. Mit den dabei entwickelten Methoden ist es möglich, rationale Lösungen für allgemeine quadratische Gleichungen zu finden - ein Spezialfall ist der Drei-Quadrate-Satz von Gauß.

Sowohl die Klassifikation von symmetrischen Bilinearformen als auch das Lokal-Global-Prinzip sind gute Einstiegspunkte in fortgeschrittenere zahlentheoretische Themen.

Vorträge

Vortrag 1: **Endliche Körper**

08.01.2013

[Ser73, Abschnitte I.1 und I.2]

Vortrag 2: **Das quadratische Reziprozitätsgesetz**

08.01.2013

[Ser73, Abschnitt I.3]

Vortrag 3: **Alternativer Beweis des Reziprozitätsgesetzes**

15.01.2013

[Ser73, Anhang zu Abschnitt I.3]

- Vortrag 4: **p -adische Körper**
15.01.2013
[Ser73, Abschnitt II.1]
- Vortrag 5: **Das Henselsche Lemma**
21.01.2013
[Ser73, Abschnitt II.2]
- Vortrag 6: **Die Einheitengruppe von \mathbb{Q}_p**
21.01.2013
[Ser73, Abschnitt II.3]
- Vortrag 7: **Das Hilbert-Symbol I**
21.01.2013
[Ser73, Abschnitt III.1]
- Vortrag 8: **Das Hilbert-Symbol II**
22.01.2013
[Ser73, Abschnitt III.1]
- Vortrag 9: **Produktformel und Approximationsatz**
22.01.2013
[Ser73, Abschnitt III.2]
- Vortrag 10: **Quadratische Formen I**
29.01.2013
[Ser73, Abschnitte IV.1.1-IV.1.3]
- Vortrag 11: **Quadratische Formen II**
29.01.2013
[Ser73, Abschnitte IV.1.4-IV.1.5]
- Vortrag 12: **Quadratische Formen III**
04.02.2013
[Ser73, Abschnitte IV.1.6-IV.1.7]
- Vortrag 13: **Lokale Klassifikation I**
04.02.2013
[Ser73, Abschnitte IV.2.1-IV.2.2]
- Vortrag 14: **Lokale Klassifikation II**
04.02.2013
[Ser73, Abschnitte IV.2.2-IV.2.4]
- Vortrag 15: **Globale Klassifikation**
05.02.2013
[Ser73, Abschnitte IV.3.1-IV.3.3]

Vortrag 16: **Der Drei-Quadratesatz und weitere Beispiele**

05.02.2013

[Ser73, Anhang zu Kapitel IV]

Vortrag 17: **Quadratische Formen über \mathbb{Z}**

12.02.2013

[Ser73, Abschnitte V.1.1-V.1.4]

Vortrag 18: **Die Grothendieck-Gruppe**

12.02.2013

[Ser73, Abschnitte V.1.5 und V.2]

Literatur

[Ser73] J.-P. Serre. A course in arithmetic. Graduate Texts in Mathematics 7. Springer-Verlag, 1973.