

**Aufgabe 1** (4 Punkte)

Sei  $p$  eine Primzahl. Zeigen Sie, dass die  $p$ -adischen Zahlen  $\mathbb{Q}_p$  lokalkompakt und total unzusammenhängend sind.

**Aufgabe 2** (4 Punkte)

Sei  $p$  eine Primzahl. Zeigen Sie, dass  $GL_n(\mathbb{Z}_p)$  eine kompakte topologische Gruppe ist. Welche Topologie "bietet sich dafür an"?

**Aufgabe 3** (4 Punkte)

Sei  $p$  eine Primzahl. Zeigen Sie, dass  $GL_n(\mathbb{Z}_p)$  total unzusammenhängend ist.

**Aufgabe 4** (4 Punkte)

Sei  $G$  eine topologische Gruppe und  $C, K$  abgeschlossene Untermengen. Zeigen Sie:

- a) Wenn  $K$  und  $C$  kompakt sind, so sind  $KC$  und  $CK$  kompakt.
- b) Wenn  $K$  kompakt ist und  $K \subseteq U$  für eine offene Teilmenge  $U$  von  $G$ , so existiert eine offene Umgebung  $V$  von  $e_G$ , sodass  $KV \subseteq U$ .

Abgabe am 10.12.2019, Postfach Braun.