

## Mathematische Logik

Blatt 1

Abgabe: 24.04.2023, 18 Uhr

### Aufgabe 1 (4 Punkte).

Stellen Sie die folgenden aussagenlogischen Formeln jeweils als Baum sowie in der angegebenen Notation dar.

- Die Formel  $(\neg(A_1 \vee A_2) \leftrightarrow (\neg A_1 \wedge \neg A_2))$  in polnischer Notation.
- Die Formel  $\wedge \rightarrow \wedge A_1 A_2 A_1 \rightarrow \wedge A_1 A_2 A_2$  in Infix-Notation.

### Aufgabe 2 (4 Punkte).

Prüfen Sie jeweils mit Hilfe einer Wahrheitstafel, ob die angegebene aussagenlogische Formel eine Tautologie ist.

- $((A_2 \rightarrow A_5) \wedge \neg A_5) \rightarrow \neg A_2$
- $((\neg A_0 \rightarrow A_2) \rightarrow A_4) \leftrightarrow (\neg A_4 \rightarrow (A_0 \wedge \neg A_2))$

### Aufgabe 3 (5 Punkte).

Es seien  $\varphi$  und  $\psi$  aussagenlogische Formeln. Untersuchen Sie jeweils (mit Beweis oder Gegenbeispiel), welche Implikationen zwischen (i) und (ii) gelten.

- Zwischen (i)  $\vdash \neg\varphi$  und (ii) "  $\not\vdash \varphi$  ".
- Zwischen (i)  $\vdash (\varphi \wedge \psi)$  und (ii) "  $\vdash \varphi$  und  $\vdash \psi$  ".
- Zwischen (i)  $\vdash (\varphi \vee \psi)$  und (ii) "  $\vdash \varphi$  oder  $\vdash \psi$  ".
- Zwischen (i)  $\vdash (\varphi \rightarrow \psi)$  und (ii) " wenn  $\vdash \varphi$  dann  $\vdash \psi$  ".
- Zwischen (i)  $\vdash (\varphi \leftrightarrow \psi)$  und (ii) "  $\vdash \varphi$  genau dann, wenn  $\vdash \psi$  ".

### Aufgabe 4 (3 Punkte).

Zeigen Sie induktiv über den Aufbau der Formeln: Ist  $\chi$  ein Anfangsstück einer aussagenlogischen Formel in Infix-Notation, so ist die Anzahl der öffnenden Klammern in  $\chi$  größer oder gleich der Anzahl der schließenden Klammern in  $\chi$ .

---

DIE ÜBUNGSBLÄTTER KÖNNEN ZU ZWEIT EINGEREICHT WERDEN. ABGABE DER ÜBUNGSBLÄTTER NACH ÜBUNGSGRUPPE ENTWEDER IM FACH 3.02 ODER 3.03 IM KELLER DES MATHEMATISCHEN INSTITUTS.