

# Übungen zur Vorlesung “Mengenlehre”

WS 2009/2010, Blatt 2

## Aufgabe 3:

- a) Sei  $A := \{1, 2\}$ . Man gebe alle monotonen Funktionen  $H : P(A) \rightarrow P(A)$  mit

$$H(\{1\}) = \{2\} \quad \text{und} \quad H(\{2\}) = \{1\}$$

an und bestimme ihre Fixpunkte.

- b) Ein Fixpunkt  $X$  einer monotonen Funktion  $H : P(A) \rightarrow P(A)$  ist *kleinster* Fixpunkt von  $H$ , wenn

$$X \subseteq Z \quad \text{für alle Fixpunkte } Z \text{ von } H \text{ gilt,}$$

und *größter* Fixpunkt von  $H$ , wenn

$$Z \subseteq X \quad \text{für alle Fixpunkte } Z \text{ von } H \text{ gilt.}$$

Man zeige:  $H$  besitzt einen kleinsten und einen größten Fixpunkt.

## Aufgabe 4: Sei

$$A := \{r \in [0, 1] \mid \text{für alle } i \geq 1 \text{ gibt es } r_i \in \{0, 2\} \text{ mit } r = \sum_{i=1}^{\infty} r_i \cdot 3^{-i}\}.$$

Man zeige:

$$A \sim \mathbb{R} \quad \text{und} \quad A' = A.$$

*Abgabe: Mittwoch, 4. November, vor der Vorlesung.*

*Zu bearbeitende Aufgaben: eine.*

*Die Übungsblätter findet man auch unter*

<http://home.mathematik.uni-freiburg.de/bjoern/lehre/ml0910/ml0910.html>