

Übungen zur Vorlesung “Mengenlehre”

WS 2009/2010, Blatt 4

Sei X eine nicht leere Menge von Ordinalzahlen und β eine Ordinalzahl.

- β ist *untere Schranke* von X , wenn $\beta \leq \alpha$ für alle $\alpha \in X$.
- β ist *obere Schranke* von X , wenn $\alpha \leq \beta$ für alle $\alpha \in X$.

Aufgabe 7: Sei X eine nicht leere Menge von Ordinalzahlen. Man zeige:

- $\bigcup X$ ist eine Ordinalzahl.
- $\bigcup X$ ist obere Schranke von X ; ist β eine obere Schranke von X , so ist $\bigcup X \leq \beta$.
Wir bezeichnen daher $\bigcup X$ auch mit $\sup X$.
- $\bigcap X$ ist untere Schranke von X ; ist β eine untere Schranke von X , so ist $\beta \leq \bigcap X$.
Wir bezeichnen daher $\bigcap X$ auch mit $\inf X$.
- $\inf X (= \bigcap X) \in X$.

Aufgabe 8: Eine Ordinalzahl α ist eine *Limeszahl*, wenn $\alpha \neq \emptyset$ und $\alpha \neq \beta + 1$ für alle Ordinalzahlen β . Man zeige:

- Für jede Ordinalzahl α gilt

$$\alpha \text{ ist Limeszahl} \iff \alpha \neq \emptyset \text{ und } \alpha = \bigcup \alpha.$$

- Ist α eine Limeszahl, so

$$\alpha = \bigcup \{\beta + 1 \mid \beta \in \alpha\}.$$

Abgabe: Mittwoch, 18. November, vor der Vorlesung.

Eine Aufgabe zu bearbeiten.

Die Übungsblätter findet man auch unter

<http://home.mathematik.uni-freiburg.de/bjoern/lehre/ml0910/ml0910.html>