

# Übungen zur Vorlesung “Mengenlehre” WS 2009/2010, Blatt 8

**Aufgabe 16:** Man zeige: Jeder Vektorraum besitzt eine Basis.

Zur Erinnerung: Ist  $v$  ein Vektorraum und  $v_0$  seine Menge von Vektoren, so bezeichnen wir für  $x \subseteq v_0$  mit  $[x]^v$  den kleinsten Unterraum von  $v$ , der  $x$  umfasst. Wenn  $[x]^v$  alle Vektoren von  $v$  enthält und  $x$  linear unabhängig ist, so ist  $x$  eine *Basis* von  $v$ .

**Aufgabe 17:** Die Relation  $R$  sei lokal, d.h. es gelte  $\{c \mid cRb\} \in V$  für alle  $b \in \text{Fld}(R)$ . Dann gibt es eine (eindeutig bestimmte) Relation  $S$  mit (a) und (b).

(a)  $R \subseteq S$  und  $S$  ist transitiv.

(b) Ist  $T$  eine transitive Relation mit  $R \subseteq T$ , so ist  $S \subseteq T$ .

Die Relation  $S$  ist die *transitive Hülle von  $R$* . Man zeige, dass  $S$  lokal ist. Unter Verwendung von  $S$  zeige man, dass man im Allgemeinen Rekursionsatz auf die Voraussetzung “ $R$  ist transitiv” verzichten kann.

*Abgabe: Mittwoch, 13. Januar, vor der Vorlesung.*

*Sie sollten mindestens Aufgabe 16 bearbeiten.*

*Die Übungsblätter findet man auch unter*

<http://home.mathematik.uni-freiburg.de/bjoern/lehre/ml0910/ml0910.html>