Übungen zur Vorlesung **Lineare Algebra II** (SS 2012) 8.5.2012

Prof. Dr. Martin Ziegler
Dr. Juan Diego Caycedo

Blatt 3

Abgabe bis Mittwoch 16.5.12 um 12 Uhr im UG, Math. Inst., Eckerstr. 1.

Aufgabe 1. Überprüfen Sie den Satz von Hamilton experimentell, indem Sie $P_A(A)$ für

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

berechnen.

Aufgabe 2. Berechnen Sie Jordan-Normalformen der folgenden 3–3 Matrizen:

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3. Berechnen Sie eine Jordan-Normalform $J \in \mathcal{M}_{5,5}(\mathbb{R})$ der Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 9 & 3 & -1 & 0 & 3 \\ -8 & -2 & 2 & 1 & -2 \\ -6 & -2 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{5,5}(\mathbb{R}).$$

(Hinweis: 1 ist 3-fache Nullstelle des charakteristischen Polynoms von A.) Geben Sie die zugehörige Transformationsmatrix $Q \in \mathcal{M}_{5,5}(\mathbb{R})$ mit $J = Q^{-1}AQ$ an.

Aufgabe 4. Berechnen Sie eine Jordan-Normalform der n–n Matrix ψ, wobei

$$\psi_{i,j} := \begin{cases} 0 & , \quad \text{falls } 1 \le i,j \le n,\ j \ne i+2 \\ 1 & , \quad \text{falls } 1 \le i,j \le n,\ j = i+2 \end{cases},$$

(d.h., Einsen stehen nur in der zweiten Nebendiagonalen), und zwar

(a) zunächst im Falle $n = 4$ zu Fuß,

(b) sodann für beliebiges n mit, falls hilfreich, dem Hinweis: Eine Permutation der Basis genügt. Betrachten Sie nämlich die n–n Matrix φ, wobei

$$\varphi_{i,j} := \begin{cases} 0 & , \quad \text{falls } 1 \le i,j \le n,\ j \ne i+1 \\ 1 & , \quad \text{falls } 1 \le i,j \le n,\ j = i+1 \end{cases},$$

und beachten Sie, daß $\psi = \varphi^2$.

[0] http://home.mathematik.uni-freiburg.de/caycedo/lehre/ss12_la2/