Mathematatik II für Informatiker — Sommer 2016
Übungsblatt 12 (keine Abgabe)

Dozent: PD Dr. Markus Junker. Assistent: Dr. Juan Diego Caycedo.

1. **Totale Differenzierbarkeit.** Berechnen Sie die Jacobi-Matrix der folgenden Funktionen
$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$
in Abhängigkeit von x und y:
   (a) $f(x, y) = \sin(x) \cdot y + \cos(y) \cdot x$.
   (b) $f(x, y) = \frac{1+x+y}{x^2+y^2+1}$.
   (c) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$.

2. **Totale Differenzierbarkeit II.** Berechnen Sie die Jacobi-Matrix der folgenden Funktion
$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$$
$$f(x, y, z) = \begin{pmatrix} \cos(z) & -\sin(z) \\ \sin(z) & \cos(z) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$
in Abhängigkeit von x, y und z.

3. **Kritische Punkte, Hesse-Matrix, lokale Minima, Maxima und Sattelpunkte.** Berechnen Sie alle kritischen Punkte von folgenden Funktionen von $\mathbb{R}^2$ nach $\mathbb{R}$. Betrachten Sie die Hesse-Matrix in diesen Punkten und stellen Sie fest, welche von den kritischen Punkten lokale Minima, Maxima oder Sattelpunkte sind.
   (a) $f(x, y) = (x - y)^2$
   (b) $f(x, y) = (x + y)^3 - 4xy$
   (c) $f(x, y) = \sin(x) \sin(y)$

4. **Richtungsableitung.** Berechnen Sie die erste und zweite Richtungsableitungen der Funktion
$$f(x, y) = (x + y)^3 - 4xy$$
in Richtung $v = (-\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ im Punkt $(1, 2)$.

Keine Abgabe.