Mathematik II für Informatiker — Sommer 2016
Übungsblatt 3

Dozent: PD Dr. Markus Junker. Assistent: Dr. Juan Diego Caycedo.

1. **Lineare Abhängigkeit.** Beweisen Sie durch Angabe einer geeigneten Linearkombination, dass die Vektoren

$$\begin{pmatrix}1\\3\\5\end{pmatrix} \begin{pmatrix}-1\\4\\8\end{pmatrix} \begin{pmatrix}13\\18\\26\end{pmatrix}$$

im Vektorraum $\mathbb{R}^3$ linear abhängig sind.

2. **Lineare Unabhängigkeit.** Sind die folgenden, als Vektoren in $\mathbb{R}^3$, linear unabhängig über $\mathbb{R}$? Sind sie als Vektoren in $(\mathbb{F}_3)^3$ linear unabhängig über $\mathbb{F}_3$? (wobei $\mathbb{F}_3$ den Körper mit 3 Elementen bezeichnet— siehe Blatt 1.)

$$\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix}.$$

3. **Basen.**

(a) Ergänzen Sie die folgenden Vektoren zu einer Basis des $\mathbb{R}^3$:

$$\begin{pmatrix}5\\7\\8\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}4\\7\\8\end{pmatrix}$$

(b) Ergänzen Sie die folgenden Vektoren zu einer Basis des $\mathbb{R}^4$:

$$\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}1\\0\\1\\1\end{pmatrix}$$

(c) Wählen Sie unter den folgenden Vektoren eine Basis des $\mathbb{R}^3$ aus:

$$\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}7\\8\\9\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}10\\11\\-12\end{pmatrix}$$

Bitte wenden!

4. **Basen und Dimension.** Bestimmen Sie eine Basis der folgenden Vektorräume, und geben Sie die Dimension an:

   (a) V der $\mathbb{R}$-Vektorraum der Polynome mit reellen Koeffizienten vom Grad kleiner gleich 4.

   (b) Der $\mathbb{R}$-Vektorraum

$$V := \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n \mid x_1 + ... + x_n = 0 \}.$$

   (c) Der $\mathbb{R}$-Vektorraum

$$V := \{ x \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix} \mid x, y, z \in \mathbb{R} \}.$$

   (d) $\mathbb{C}^n$ aufgefasst als $\mathbb{R}$-Vektorraum.

Abgabe bis Fr 13.5.2016, 12:00 in die Kästen im EG des Instituts für Informatik, Geb. 51.