Mathematik II für Informatiker — Sommer 2016
Übungsblatt 8
Dozent: PD Dr. Markus Junker. Assistent: Dr. Juan Diego Caycedo.

1. **Alter ISBN-Code.** Beim alten ISBN-Code werden 9 Ziffern $a_1, \ldots, a_9 \in \{0, \ldots, 9\}$ als Elemente von $\mathbb{F}_{11}$ aufgefasst und so um eine Prüfziffer $a_{10} \in \mathbb{F}_{11}$ ergänzt, dass in $\mathbb{F}_{11}$
$$\sum_{i=1}^{10} i \cdot a_i = 0$$
gilt. (Falls $a_{10} = 10$, wurde diese Ziffer als „X“ geschrieben.)

   Zeigen Sie, dass dieser Code

   (a) Minimalabstand 2 hat und damit einen Fehler erkennt, und

   (b) die Vertauschung von 2 Ziffern erkennt.

2. **Ternärer Hamming-Code.** Stellen Sie für den ternären $[13, 10, 3]$-Hamming-Code Erzeuger- und Prüfmatrix auf.

   Hinweis: Das Alphabet ist hier also $\mathbb{F}_3 = \{0, 1, 2\}$.

3. **Dualer Code.** Gegeben sei ein linearer Code C mit Erzeugermatrix G und Prüfmatrix H. Zeigen Sie:
$$C^\perp = \{v \mid \langle v, c\rangle = 0 \text{ für alle } c \in C\}$$
ist ein linearer Code mit Erzeugermatrix H und Prüfmatrix G.

   Hinweis:
$$\langle v, c\rangle = \sum_{i=1}^{n} c_i \cdot v_i$$
bezeichnet das Skalarprodukt der Vektoren v *und* c *in* $(\mathbb{F}_q)^n$.

   Sie dürfen die Formel $\dim(C^\perp) = n - \dim(C)$ *ohne Beweis verwenden.*

4. **Gruppenhomomorphismen.** Seien G und H zwei Gruppen und $f : G \to H$ eine Abbildung, welche
$$f(a \circ b) = f(a) \circ f(b) \qquad \text{für alle } a, b \in G$$
erfüllt.

   (a) Beweisen Sie, dass f ein Gruppenhomomorphismus ist, d.h. dass f auch die Bedingungen $f(e) = e$ und $f(a^{-1}) = f(a)^{-1}$ für alle $a \in G$ erfüllt.

   (b) Beweisen Sie, dass wenn f bijektiv ist, auch $f^{-1} : H \to G$ ein Gruppenhomomorphismus ist.

Abgabe bis Fr. 24.6.2016, 12:00 in die Kästen im EG des Instituts für Informatik, Geb. 51.