Übungen zur Vorlesung **Lineare Algebra 1** (WS 11/12) 8.11.2011
Prof. Dr. Martin Ziegler
Juan Diego Caycedo

Blatt 3

Abgabe bis Mittwoch 16.11. um 12 Uhr im Keller, Math. Inst., Eckerstr. 1.

Aufgabe 1. Weisen Sie nach, daß eine Teilmenge $A \subset \mathbb{R}^3$ genau dann eine affine Ebene darstellt, wenn es $a_1, a_2, a_3, b \in \mathbb{R}$ mit $(a_1, a_2, a_3) \neq (0, 0, 0)$ gibt, so daß

$$A = \big\{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = b\big\}$$

erfüllt ist.

Aufgabe 2.

(a) Sei $n \geq 3$. Zeigen Sie, daß durch

$$E = \left\{\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \lambda_3 a_3 \mid \sum_{i=1}^{3} \lambda_i = 1,\ \lambda_i \in \mathbb{R}\right\}$$

mit $a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}^n$ eine affine Ebene im $\mathbb{R}^n$ gegeben ist, falls a_2-a_1 und a_3-a_1 linear unabhängig sind.

Machen Sie sich klar außerdem, daß zu drei vorgegebenen Punkten im $\mathbb{R}^n$ stets eine affine Ebene existiert, die diese drei Punkte enthält.

(b) Überlegen Sie sich, daß jede affine Ebene E des $\mathbb{R}^n$ in dieser Form dargestellt werden kann.

Aufgabe 3. Zeigen Sie, daß der Richtungsraum $\mathbb{R}v + \mathbb{R}w$ einer im $\mathbb{R}^n$ durch die Gleichung $E = a+\mathbb{R}v+\mathbb{R}w$ gegebenen affinen Ebene, wobei $a, v, w \in \mathbb{R}^n$ und v, w linear unabhängig seien, eindeutig bestimmt ist.

Aufgabe 4. Satz: *In einem Parallelogramm ist die Summe der Flächeninhalte der über den Diagonalen errichteten Quadrate gleich der Summe der Flächeninhalte der über den Seiten errichteten Quadrate.*
Formulieren Sie diesen Satz mit den Begriffen der linearen Algebra (aus der Vorlesung), und führen Sie dann den Nachweis.

[0] `http://home.mathematik.uni-freiburg.de/caycedo/lehre/ws11_la1/`