Blatt 9

Aufgabe 1. Sei κ eine reguläre Kardinalzahl. Man zeige, eine Teilmenge S von κ ist genau dann stationär, wenn jede regressive Funktion von S nach κ auf einer unbeschränkten Teilmenge von S konstant ist.

Aufgabe 2. Sei $\mathbb{U}$ ein meßbarer Ultrafilter auf κ und für ein $n < \omega$ und $\lambda < \kappa$ $f : [\kappa]^n \longrightarrow \lambda$. Man zeige: Dann hat f eine homogene Menge aus $\mathbb{U}$.

Aufgabe 3. Man zeige:

1. Ein uniformer Ultrafilter auf κ, der die Fodoreigenschaft hat, ist κ–vollständig.
2. Ein uniformer Ultrafilter $\mathbb{F}$ ist genau dann normal, wenn der Diagonaldurchschnitt von Elementen von $\mathbb{F}$ wieder zu $\mathbb{F}$ gehört.

Aufgabe 4. Sei κ eine meßbare Kardinalzahl und sei $\mathbb{U}$ ein normaler Ultrafilter auf κ. Man zeige:

1. Jede Menge in $\mathbb{U}$ ist stationär.
2. Sei $\lambda < \kappa$ eine reguläre Kardinalzahl und $E_\lambda = \{\alpha < \kappa : \mathrm{cf}\,(\alpha) = \lambda\}$. Die Menge E_λ ist dann nicht in $\mathbb{U}$.
3. Die Menge aller regulären Kardinalzahlen $< \kappa$ ist in $\mathbb{U}$.
4. κ ist Mahlo. (Also, nach Satz 13.6, jede meßbare Kardinalzahl ist Mahlo.)