

2. Übungsblatt zur Vorlesung „Lineare Algebra I“ im Wintersemester 2012–2013 bei Prof. Dr. S. Goette

Bitte schreiben Sie Ihren Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihre Lösung.
Abgabe: Donnerstag, den 8.11.2012 bis 11:00 Uhr in den Briefkästen, Eckerstr. 1, UG.

Aufgabe 1: Es seien M, N, P endliche Mengen.

(a) Zeigen Sie

$$\#M + \#N = \#(M \cup N) + \#(M \cap N).$$

(b) Drücken Sie

$$\#(M \cup N \cup P)$$

durch $\#M, \#N, \#P, \#(M \cap N), \#(M \cap P), \#(N \cap P)$ und $\#(M \cap N \cap P)$ aus.

Aufgabe 2: Es seien M, N endliche Mengen. Zeigen Sie

$$\#\text{Abb}(N, M) = (\#M)^{\#N}$$

Aufgabe 3: Es seien $m, n \in \mathbb{N}$.

(a) Zeigen Sie durch vollständige Induktion über $l \in \mathbb{N}$: Aus $m + l = n + l$, folgt bereits $m = n$.

(b) $m + n = 0 \iff m = 0$ und $n = 0$.

Hinweis: Benutzen Sie 1.28 (1) und 1.37 (1).

Aufgabe 4: Wir definieren $! : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ rekursiv durch $0! = 1$ und $(n + 1)! = n! \cdot (n + 1)$.
Sei M eine endliche Menge. Zeigen Sie durch vollständige Induktion über $n = \#M$:

$$\#\{F \in \text{Abb}(M, M) \mid F \text{ ist bijektiv}\} = n!.$$