

3. Übungsblatt zur Vorlesung „Lineare Algebra I“ im Wintersemester 2012–2013 bei Prof. Dr. S. Goette

Bitte schreiben Sie Ihren Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihre Lösung.
Abgabe: Donnerstag, den 15.11.2012 bis 11:00 Uhr in den Briefkästen, Eckerstr. 1, UG.

Aufgabe 1: Man definiere den *Binomialkoeffizienten* induktiv:

$$\binom{0}{k} := \begin{cases} 1 & \text{falls } k = 0 \\ 0 & \text{falls } k \neq 0, \end{cases} \quad \text{für alle } k \in \mathbb{Z}$$

$$\binom{n+1}{k} := \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}, \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N} \text{ und } k \in \mathbb{Z}.$$

Zeigen Sie:

(a) Für alle $n \in \mathbb{N}$ und $k \in \mathbb{Z}$ gilt $\binom{n}{k} = \begin{cases} \frac{n!}{(n-k)!k!} & \text{falls } 0 \leq k \leq n \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$

(b) Für $n \in \mathbb{N}$ und $x, y \in \mathbb{Q}$ gilt $(x+y)^n = \binom{n}{0}y^n + \binom{n}{1}xy^{n-1} + \dots + \binom{n}{n-1}x^{n-1}y + \binom{n}{n}x^n$.

Aufgabe 2: Die *Fibonacci-Zahlen* F_n seien für alle $n \in \mathbb{N}$ rekursiv definiert durch

$$F_n := \begin{cases} 1 & \text{falls } n = 0 \text{ oder } 1 \\ F_{n-1} + F_{n-2} & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zeigen Sie:

(a) $F_{n+2} - 1 = F_0 + F_1 + \dots + F_n$

(b) $F_n F_{n+1} = F_0^2 + F_1^2 + \dots + F_n^2$.

Aufgabe 3:

(a) Zeigen Sie, dass die Relation “ \leq ” auf \mathbb{Z} eine Ordnung ist.

(b) Zeigen Sie, dass für alle $a, b, c \in \mathbb{Z}$ gilt:

(1) $a \leq b \implies a + c \leq b + c$

(2) $0 \leq a$ und $0 \leq b \implies 0 \leq ab$.

Aufgabe 4: Zeigen Sie, dass auf $\mathbb{Q} = \mathbb{Z} \times (\mathbb{N} \setminus \{0\}) / \sim$ die Addition und die Multiplikation wohldefiniert sind. Genauer: Beweisen Sie die entsprechenden Aussagen aus Proposition 1.48 (2) aus der Vorlesung.

Erstsemester-Hütte

Bald ist es endlich soweit und es geht auf die Ersthütte. Alles was ihr dazu wissen müsst, erfahrt ihr hier:

Wann geht's los???

Am Freitag, den **30. November** und zurück kommen wir am Sonntag , den **2. Dezember 2012** gegen frühen Nachmittag.

Wo geht es eigentlich hin???

Wir fahren ins Dekan-Strohmeier-Haus im Münstertal im Schwarzwald

Was tut man eigentlich auf so einer Hütte???

MitstudentenInnen kennenlernen, an lustigen Workshops teilnehmen, sich entspannen, Spielchen spielen, lecker essen, musizieren ...

Und was kostet das???

20 Euro, die am Mittwoch den 14. November um 10 Uhr zu bezahlen sind.

Wie melde ich mich an???

Montag, den 12. November, könnt ihr euch nach der Vorlesung **um 10.00 vor der Mathe-Fachschaft** anmelden.

Bei zu vielen Anmeldungen müssen wir leider losen. Wer am Dienstag von uns eine e-Mail erhält, kommt am Mittwoch den 14. November 10 Uhr wieder vor die Fachschaft um sich seinen Platz durch eine Bezahlung von 20 Euro zu sichern. Am selben Tag noch geht eine e-Mail für die Restplätze raus. Also aufpassen und e-Mailadresse richtig schreiben ;-)

Bitte teilt uns bei der Anmeldung mit, ob ihr mit dem Auto auf die Hütte fahren könnt. Ihr könnt euch auch bereits überlegen, ob ihr eventuell Lust habt hinzuwandern.

Und mein Mathe-Zettel???

Die Erfahrung hat gezeigt, dass dafür immer genug Zeit blieb und da noch viele ältere MathestudentenInnen mitfahren, könnt ihr bestimmt auch den einen oder anderen Tipp bekommen...

Wenn ihr noch Fragen habt, mailt uns an erstihuette@googlemail.com

Hannah, Julia, Matthias & die Mathefachschaft