# 5. Übungsblatt zur Vorlesung „Lineare Algebra I“ im Wintersemester 2012–2013 bei Prof. Dr. S. Goette

*Bitte schreiben Sie Ihren Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihre Lösung.*
*Abgabe: Donnerstag, den 29.11.2012 bis 11:00 Uhr in den Briefkästen, Eckerstr. 1, UG.*

**Aufgabe 1:** Beweisen Sie das Assoziativgesetz für die Multiplikation in $\mathbb{H}$.

**Aufgabe 2:** Seien $v, z \in \mathbb{C}$ mit $|z| = 1$ und $z \neq 1$. Sei $R_{v,z} : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ gegeben durch $R_{v,z}(w) = v + zw$.

(a) Zeigen Sie: Es gibt genau einen Punkt $w_0 \in \mathbb{C}$ mit $R_{v,z}(w_0) = w_0$.

(b) Folgern Sie: $R_{v,z}(w) - w_0 = z(w - w_0)$.

(c) Geben Sie anhand von (b) eine geometrische Interpretation der Abbildung $R_{v,z}$.

**Aufgabe 3:** Es seien $v, z \in \mathbb{C}$ mit $|z| = 1$, und sei $F_{v,z} : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ gegeben durch $F_{v,z}(w) = v + z\bar{w}$. Es sei $u \in \mathbb{C}$ mit $u^2 = z$. Wir schreiben $\bar{u}v = a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.
Es seien $S_{v,z}$ und $T_{v,z} : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ definiert durch

$$S_{v,z}(w) = bui + z\bar{w} \qquad \text{und} \qquad T_{v,z}(w) = au + w.$$

(a) Zeigen Sie: Es gilt
$$F_{v,z} = S_{v,z} \circ T_{v,z} = T_{v,z} \circ S_{v,z}.$$

(b) Finden Sie $w_0 \in \mathbb{C}$ so, dass
$$\{w \in \mathbb{C} \mid S_{v,z}(w) = w\} = \{w_0 + tu \mid t \in \mathbb{C}\}.$$

(c) Zeigen Sie: die Abbildung $T_{v,z}$ bildet die Menge aus (b) auf sich selbst ab.

(d) Geben Sie eine geometrische Interpretation der Abbildungen $F_{v,z}, S_{v,z}$ und $T_{v,z}$ anhand von (b) und (c).

**Aufgabe 4:** Betrachten Sie die Menge $M = \{w, f\}$ mit $w =$ „wahr“ und $f =$ „falsch“. Ist $(M, \star)$ eine Gruppe, wenn

(a) $a \star b = a$ oder $b$?

(b) $a \star b =$ wenn $a$ dann $b$?

(c) $a \star b =$ entweder $a$ oder $b$?

Begründen Sie Ihre Antwort in jedem Fall.