2. Übungsblatt

Lineare Algebra

im WS 2016/2017 bei Prof. Dr. S. Goette

Abgabe Donnerstag, den 3.11.16
vor der Vorlesung
in den Briefkästen

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt

Aufgabe 1

Seien M, N endliche Mengen mit $\#M = m$ und $\#N = n$.

(a) Zeigen Sie mit vollständiger Induktion: $\# \operatorname{Abb}(M, N) = n^m$

(b) Folgern Sie aus a), dass M genau 2^m Teilmengen hat.

Hinweis: Im Fall $M = \emptyset$ oder $N = \emptyset$ überlegen Sie sich, wie viele Teilmengen von $\emptyset = M \times N$ jeweils die nach Definition 1.14 geforderten Eigenschaften haben.

Aufgabe 2

Beweisen Sie die Aussagen von Beispiel 1.35 (3), d.h., zeigen Sie, dass die Relation '$\leq$' aus Definition 1.32 auf $\mathbb{N}$ eine Ordnung definiert. Zeigen Sie dazu für alle $m, n, l \in \mathbb{N}$ die folgenden Aussagen:

(a) $n \leq n$

(b) $(m \leq n$ und $n \leq m) \Rightarrow m = n$

(c) $(l \leq m$ und $m \leq n) \Rightarrow l \leq n$

(d) $m \leq n$ oder $n \leq m$

Aufgabe 3

Beweisen Sie die Kürzungsregeln in $\mathbb{N}$ aus Satz 1.40 (5), d.h., zeigen Sie für alle $l, m, n \in \mathbb{N}$:

(a) $l + n = l + m \Rightarrow n = m$

(b) $l \cdot n = l \cdot m \Rightarrow n = m$ oder $l = 0$

Bitte wenden

Aufgabe 4

Die Fibonacci-Zahlen sind wie folgt definiert: $f_1 = 1, f_2 = 1, f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$. Zeigen Sie:

(a) Zwei aufeinander folgende Fibonacci-Zahlen sind teilerfremd.

(b) Es gilt $f_{n+2} - 1 = f_1 + f_2 + \ldots + f_n$

(c) Die n-te Fibonacci-Zahl f_n genau dann durch 3 teilbar ist, wenn n durch 4 teilbar ist.

Hinweis: Benutzen Sie vollständige Induktion