4. Übungsblatt

Algebraische Topologie 2

im SS 2015 bei Prof. Dr. S. Goette

Abgabe Dienstag, den 19.5.15
18 Uhr vor der Vorlesung

Bitte schreiben Sie Ihren Vor- und
Nachnamen auf Ihr Blatt

Aufgabe 1

Präzisieren Sie die Aussage, dass der in Proposition 5.81 konstruierte Isomorphismus

$$\left(\tilde{C}^{\mathrm{CW}}_\bullet(X \wedge Y; R), d^{\mathrm{CW}}_\bullet\right) \xrightarrow{\cong} \left(\tilde{C}^{\mathrm{CW}}_\bullet(X; R), d^{\mathrm{CW}}_\bullet\right) \otimes \left(\tilde{C}^{\mathrm{CW}}_\bullet(Y; R), d^{\mathrm{CW}}_\bullet\right)$$

natürlich ist, und beweisen Sie sie.

Aufgabe 2

Wir wollen I^n als CW-Komplex mit $\binom{n}{k} 2^{n-k}$ Zellen der Dimension k darstellen. Wir orientieren $I^n \subset \mathbb{R}^n$ mit der Standardbasis, und wir orientieren die Rand-Hyperflächen von I^n durch solche Basen des tangentialen $(n-1)$-dimensionalen Vektorraums, dass Voranstellen des äußeren Normalenvektors wieder eine positiv orientierte Basis des $\mathbb{R}^n$ liefert.

(a) Beschreiben Sie den zellulären Rand der n-Zelle von I^n.

(b) Betrachten Sie jetzt $I^m \times I^n = I^{m+n}$ und überprüfen Sie, dass sich der Rand der $(m+n)$-Zelle wie in Proposition 5.81 verhält.

Aufgabe 3

Beweisen Sie die Exaktheit der Mayer-Vietoris-Sequenz 6.3 für Kohomologie-Funktoren.

Aufgabe 4

Beweisen Sie das Schlangenlemma 5.65. Zeigen Sie dazu ein paar der folgenden Aussagen.

(a) Der Verbindungshomomorphismus ist wohldefiniert und natürlich als Transformation zwischen zwei Funktoren von der Kategorie der kurzen exakten Sequenzen in $\mathcal{C}$ in die Kategorie $\mathcal{D}$.

(b) Die angegebene Sequenz ist exakt.