

6. ÜBUNGSBLATT

ALGEBRAISCHE TOPOLOGIE 2

IM SS 2015 BEI PROF. DR. S. GOETTE

*Abgabe Dienstag, den 9.6.15
18 Uhr vor der Vorlesung*

*Bitte schreiben Sie Ihren Vor- und
Nachnamen auf Ihr Blatt*

Aufgabe 1

Beweisen Sie einige der fehlenden Aussagen in Proposition 6.13.

- (a) Zeigen Sie zunächst einige der Aussagen in (3)–(5) zum Smashprodukt.
- (b) Beweisen Sie dann die zweite Aussage in (4).
- (c) Leiten Sie daraus alle anderen Aussagen über das Schrägprodukt ab.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie für alle $n \geq 1$ die Kohomologieringe (insbes. die multiplikative Struktur)

$$\tilde{H}_{\text{CW}}^{\bullet}(\mathbb{R}P^n; \mathbb{Z}) \quad \text{und} \quad \tilde{H}_{\text{CW}}^{\bullet}(\mathbb{R}P^n; \mathbb{Z}/2).$$

Aufgabe 3

Es bezeichne $[CP^n] \in H_{2n}(CP^n; R)$ die von der $2n$ -Zelle erzeugte Homologieklassse. Zeigen Sie, dass $(H_{\bullet}(CP^n; R), \frown)$ ein freier $(H^{\bullet}(CP^n; R), \smile)$ -Modul mit Erzeuger $[CP^n]$ ist.

Hinweis: Bestimmen Sie zunächst das Kronecker-Produkt $\langle [CP^n], \omega^n \rangle$.

Aufgabe 4

Zeigen Sie: die radiale Projektion vom „topologischen Huhn“ X aus Beispiel 4.33 auf die S^1 ist nicht zusammenziehbar. Folgern Sie, dass $\tilde{H}^1(X) = [X, H\mathbb{Z}_1] \neq 0$, obwohl X schwach zusammenziehbar ist.