

# 6. ÜBUNGSBLATT

## ELEMENTARGEOMETRIE

IM SS 2015 BEI PROF. DR. S. GOETTE

*Abgabe Donnerstag, den 18.6.15  
18 Uhr in die Briefkästen*

*Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die  
Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt*

### Aufgabe 1 (1+2+1 Punkte)

Es sei  $\mathcal{P} = (P, G, I)$  eine projektive Ebene. Zeigen Sie:

- (a) Zwei verschiedene Geraden schneiden sich in genau einem Punkt.
- (b) Es gibt vier Geraden, so dass keine drei durch einen gemeinsamen Punkt gehen.
- (c)  $\mathcal{P}' = (G, P, I')$  mit  $gI'p \Leftrightarrow pIg$  ist eine projektive Ebene.

### Aufgabe 2 (1+1+1+1 Punkte)

Es sei  $\mathbb{RP}^2 = (P, G, I)$  die reelle projektive Ebene aus Satz 1.45 zum Vektorraum  $V = \mathbb{R}^3$ . Zeigen Sie:

- (a) Sei  $p \in P$ , dann definiert

$$p^\perp := \{x \in \mathbb{R}^3 \mid \langle x, y \rangle = 0 \text{ für alle } y \in p\}$$

eine Gerade in  $\mathbb{RP}^2$ .

- (b) Sei  $g \in G$ , dann definiert

$$g^\perp := \{y \in \mathbb{R}^3 \mid \langle x, y \rangle = 0 \text{ für alle } x \in g\}$$

einen Punkt in  $\mathbb{RP}^2$ .

- (c) Diese beiden Abbildungen sind zueinander invers.
- (d) Es gilt  $pIg$  genau dann, wenn  $g^\perp Ip^\perp$ .

Bemerkung: Damit haben Sie dann gezeigt, dass  $\mathbb{RP}^2$  zur Geometrie  $(\mathbb{RP}^2)'$  aus Aufgabe 1 isomorph ist.