

# 7. ÜBUNGSBLATT

## ELEMENTARGEOMETRIE

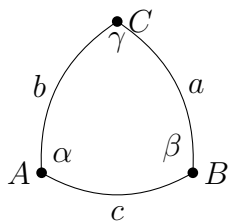
IM SS 2015 BEI PROF. DR. S. GOETTE

Abgabe Donnerstag, den 25.6.15  
18 Uhr in die Briefkästen

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die  
Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt

### Aufgabe 1 (4 Punkte)

Gegeben seien (sphärisch) nicht-kollineare Punkte  $A, B, C \in S^2$  und die Seiten und Winkel des Dreiecks seien bezeichnet wie in der Skizze. Seien  $A', B', C'$  die Ecken des polaren Dreiecks wie im Beweis von Satz 1.62. Wir bezeichnen die entsprechenden Seitenlängen und Winkel mit  $\alpha', \beta', \gamma'$  und  $a', b', c'$ .



Zeigen Sie, dass

$$a' = \pi - \alpha, \quad b' = \pi - \beta, \quad c' = \pi - \gamma$$

und

$$\alpha' = \pi - a, \quad \beta' = \pi - b, \quad \gamma' = \pi - c.$$

### Aufgabe 2 (2+2+2\* Punkte)

Lösen Sie das Konstruktionsproblem SSW rechnerisch nur mit Hilfe der Dreieckssätze (d.h. ohne Koordinaten):

- (a) in der Euklidischen Ebene.
- (b) in der sphärischen Geometrie, also auf der Einheitssphäre, mit  $a + b < \pi$ .
- (c) in der hyperbolischen Ebene.

Gehen Sie dazu wie folgt vor: Gegeben seien die Seiten  $a \geq b$  und der Winkel  $\alpha$ .

- (i) Berechnen Sie zuerst die Seiten und Winkel des rechtwinkligen Dreiecks mit Ecken  $A, C$  und dem Fußpunkt  $D$  des Lotes von  $C$  auf die (verlängerte) Seite  $c$ .
- (ii) Berechnen Sie dann die Seiten und Winkel des rechtwinkligen Dreiecks  $B, D, C$ . Folgern Sie daraus den Winkel  $\gamma$  und die Seite  $c$  des Dreiecks  $A, B, C$ .

(\*)Es gibt in Aufgabe 2 also 2 Bonuspunkte, wenn alle drei Aufgabenteile gelöst werden.