# 1. Übungsblatt

## Algebraische Topologie

### im WS 2014/2015 bei Prof. Dr. S. Goette

*Abgabe Donnerstag, den 30.10.14 vor der Vorlesung*

*Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt*

## Aufgabe 1

Seien $X, Y$ topologische Räume und $X = A \cup B$, wobei $A, B$ abgeschlossen sind. Zeigen Sie: $f\colon X \to Y$ ist genau dann stetig, wenn $f|_A$ und $f|_B$ stetig sind.

## Aufgabe 2

Konstruieren Sie Homöomorphismen

(a) $f\colon [0,\, 1]^k/\partial[0,\, 1]^k \to S^k \subset \mathbb{R}^{k+1}$

(b) $g\colon \big([0,\, 1]^k/\partial'[0,\, 1]^k,\, \partial[0,\, 1]^k/\partial'[0,\, 1]^k\big) \to \big(D^k,\, S^{k-1}\big)$

## Aufgabe 3

Es seien $(X_i, x_i)$ für $i \in J$ punktierte Räume. Zeigen Sie: Der punktierte Raum

$$(X, x_0) = \left(\prod_{i\in J} X_i, (x_i)_{i\in J}\right)$$

mit den Projektionen $p_i\colon (X, x_0) \to (X_i, x_i)$ erfüllt die universelle Eigenschaft eines Produktes in der Kategorie $Top_+$.

## Aufgabe 4

Seien $(X_i, x_i)$ und $(X, x_0)$ wie in Aufgabe 3. Zeigen Sie:

(a) $\pi_k(X, x_0) = \prod_{i\in J} \pi_k(X_i, x_i)$.

(b) Die Abbildung $p_{i*} = \pi_k p_i$ ist die Projektion auf den Faktor $\pi_k(X_i, x_i)$.

(c) Sei $j \in J$, und sei $\iota_j\colon X_j \to X$ die Inklusion, die $y \in X_j$ auf $(y_i)_{i\in J}$ mit $y_j = y$ und $y_i = x_i$ für $i \neq j$ abbildet. Beschreiben Sie die Abbildung $\iota_{j*}\colon \pi_k(X_j, x_j) \to \pi_k(X, x_0)$.