10. Übungsblatt

Algebraische Topologie

im WS 2014/2015 bei Prof. Dr. S. Goette

Abgabe Donnerstag, den 22.1.15 vor der Vorlesung

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt

Aufgabe 1

Zeigen Sie:

(a) Schwach äquivalente CW-Komplexe sind homotopieäquivalent.

(b) Schwach äquivalente topologische Räume haben homotopieäquivalente CW-Approximationen.

Aufgabe 2

Präzisieren und beweisen Sie eine der folgenden Aussagen:

(a) Pushouts längst zellulären Abbildungen auf Unterkomplexen sowie Kolimiten einer Folge von Inklusionen von Unterkomplexen von CW-Komplexen liefern wieder CW-Komplexe.

(b) Das $kw\mathcal{H}$-Produkt zweier CW-Komplexe X, Y ist wieder ein CW-Komplex.

Aufgabe 3

Geben Sie k-zusammenhängende CW-Modelle für $(\mathbb{CP}^n, *)$ (mit $A = \emptyset$) an für alle $k \leq 2n$.
Zusatz: Wie sieht es mit $(\mathbb{HP}^n, *)$ aus?

Aufgabe 4

Es seien $Z \subset Y \subset X$ Räume mit Basispunkt in Z. Wir betrachten

$$\partial\colon \pi_k(X,Y) \xrightarrow{\partial} \pi_{k-1}(Y) \longrightarrow \pi_{k-1}(Y,Z)$$

als Verbindungshomomorphimus in der Sequenz

$$\cdots \longleftarrow \pi_{k-1}(Y,Z) \xleftarrow{\partial} \pi_k(X,Y) \longleftarrow \pi_k(X,Z) \longleftarrow \pi_k(Y,Z) \xleftarrow{\partial} \pi_{k+1}(X,Y) \longleftarrow \cdots,$$

wobei die unmarkierten Pfeile von Inklusion induziert werden.

(a) Zeichnen Sie die obige Sequenz zusammen mit den exakten Sequenzen der Paare (X,Y), (X,Z) und (Y,Z) so in ein kommutatives Diagramm, dass keine Homotopiegruppe zweimal erscheint.

(b) Beweisen Sie Exaktheit der Sequenz, indem Sie nach Möglichkeit vom Diagramm aus (a) Gebrauch machen.