6. Übungsblatt

Algebraische Topologie

im WS 2014/2015 bei Prof. Dr. S. Goette

Abgabe Donnerstag, den 4.12.14 vor der Vorlesung

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt

Aufgabe 1

Betrachten Sie $A = \{a\} \subset X = \{a, b\}$ mit der Topologie $\mathrm{O}_X = \{\emptyset, A, X\}$, und zeigen Sie:

(a) Das Paar (X, A) ist eine Kofaserung, $(X^2, A \times X \cup X \times A)$ jedoch nicht.

(b) Überprüfen Sie, ob es Abbildungen $u\colon X \to I$ und $h\colon X \times I \to X$ wie in Proposition 3.58 (1) gibt.

Aufgabe 2

Es seien $(X_i)_{i\in J}$ und Y punktierte Räume. Konstruieren Sie eine natürliche bijektive, stetige Abbildung

$$\bigvee_{i\in J}(X_i \wedge Y) \longrightarrow \Big(\bigvee_{i\in J} X_i\Big) \wedge Y\ .$$

Zeigen Sie, dass diese Abbildung ein Homöomorphismus ist, wenn J endlich ist.

Aufgabe 3

Es seien (X, A), (Y, B), $(A, \{x_0\})$ und $(B, \{y_0\})$ abgeschlossene Kofaserungen. Zeigen Sie, dass $(X, A) \wedge (Y, B)$ wieder eine gut punktierte, abgeschlossene Kofaserung ist.

Aufgabe 4

Es seien X, Y, Z kompakt erzeugte schwach-Hausdorff-Räume. Mit $C(X, Y)$ bezeichnen wir den Raum der stetigen Abbildungen mit der kompakt-offenen Topologie. Zeigen Sie:

(a) Die Auswertungsabbildung $ev\colon k(X \times kC(X, Y)) \to Y$ mit $(x, g) \mapsto g(x)$ ist stetig.

(b) Eine Abbildung $F\colon k(X \times Y) \to Z$ ist genau dann stetig, wenn die dazu adjungierte Abbildung $f\colon X \to kC(Y, Z)$ mit $F(x, y) = f(x)(y)$ stetig ist.

(c) Die Adjunktion $\beta = \alpha^{-1}\colon kC(X, kC(Y, Z)) \to kC(k(X \times Y), Z)$ ist ein Homöomorphismus, wobei α wie im Exponentialgesetz 1.60 definiert ist.

Hinweis: Die Teile (b) und (c) folgen formal aus (a) und dem Exponentialgesetz 1.60.