

1.1. Hinführung zu Konstruktionsplänen

Nicole Möck
Lena Semmler

Die Schüler erfahren die Schwierigkeit einer exakten Beschreibung.

Konkrete Umsetzung

Zwei Freiwillige setzen sich voneinander abgewandt an zwei nebeneinander platzierte Tische. Einer der Schüler bekommt nun die Aufgabe aus Erbsen und Zahnstochern eine selbstentworfene Figur, die sich nicht wie ein Würfel oder ein Haus einfach benennen lässt, zu konstruieren. Er erklärt dann dem anderen Schüler, was dieser bauen muss. Der andere Schüler soll also ohne die Figur des Vorbauenden Schülers zu sehen diese nachbauen.



Man kann die Übung verschärfen, indem der nachbauende Schüler bei Verständnisproblemen nicht nachfragen darf.

Man kann die Übung verschärfen, indem der nachbauende Schüler bei Verständnisproblemen nicht nachfragen darf.

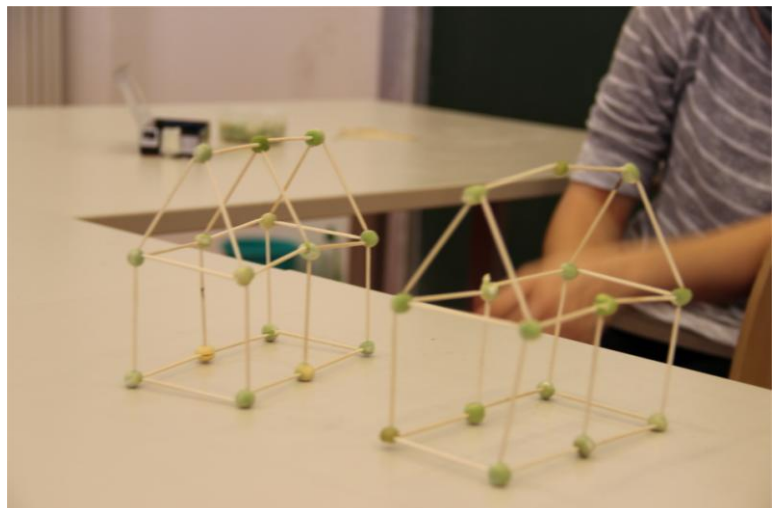
Hintergründe

Demonstration von Modelllernen

Sobald etwas ungenau formuliert wird oder ein Fehler passiert lachen die zuschauenden Schüler. Doch sie lachen nicht über die Modellierer sondern über die Sache: Im Lachen wird die Schwierigkeit erkannt. Lachen macht Lernen emotional, wodurch das Wesentliche nachhaltiger gelernt wird.

Exakte Beschreibung auf formaler Ebene

Häufig passieren bei dieser Übung Fehler im Kommunikationsweg: sowohl



falsche Interpretationen als auch fehlende oder ungenaue Ausführungen bei der Beschreibung führen oft dazu, dass die beiden Figuren dann nicht übereinstimmen. Die Schüler lernen jedoch durch diese Fehler, dass es schwierig ist, Konstruktionspläne präzise zu verbalisieren, weshalb treffende Begrifflichkeiten umso wichtiger sind.

Fachübergreifender Aspekt

Mit dieser Übung kann man schnell einen Bezug zum Thema Bauanleitung im Deutschunterricht ziehen und so fachübergreifend arbeiten.

1.2. Eine kindgerechte Erklärung von Minimalflächen

Nico Huber

Dies ist eine weitere Möglichkeit mit Erbsen und Zahnstocher zu arbeiten und ein anschauliches Beispiel für Extrema

Konkrete Umsetzung

Die Klasse versammelt sich in der Mitte des Klassenzimmers um einen Tisch, auf dem nur das benötigte Material steht.

Der Lehrer mischt vor den Augen der Schüler Seifenblasenwasser an.

(Verhältnis: 5 l Wasser, 200 ml Spülmittel und 50 ml Glycerin).

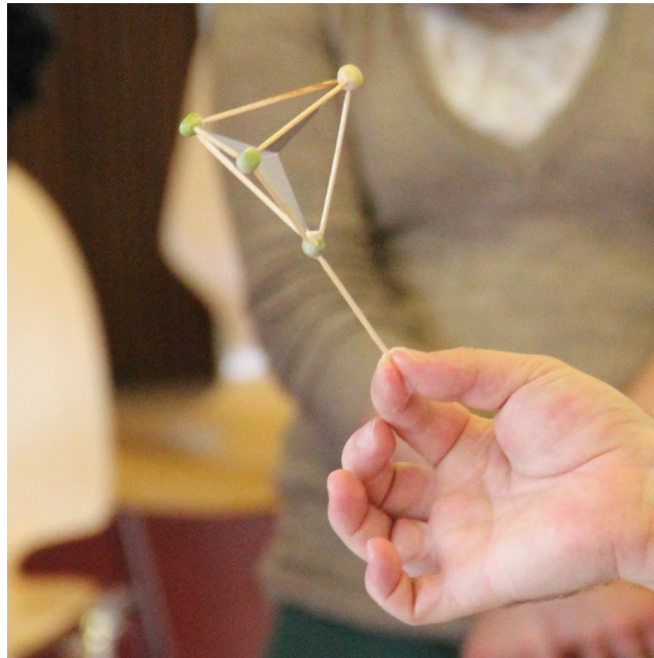
Das Glycerin kann, wie in dem Kapitel zuvor besprochen, verwendet werden.



Nun erklärt der Lehrer die besondere Eigenschaft von Seifenhäuten, indem er den Schülern erzählt, dass man sich diese wie ein Lebewesen vorstellen kann, welches so lange wie möglich leben möchte. Aufgrund der Schwerkraft fließt die Hautflüssigkeit von oben nach unten, wodurch sich oben die Seifenhaut nach und nach auflöst und schließlich die ganze Seifenhaut platzt. Die Seifenhaut lebt also am Längsten, wenn ihre Haut die größtmögliche Dicke besitzt. Das bedeutet, dass bei jedem vorgegebenem Volumen die Seifenhaut immer die kleinstmögliche Fläche einnimmt, da so ihre Hautdicke am größten ist und sie somit am längsten lebt. Kein Schüler wird auf das richtige Ergebnis kommen, dennoch lässt der Lehrer die Schüler etwas überlegen, welche Struktur die Seifenhaut bildet, wenn man ein Tetraeder in das Seifenblasenwasser eintaucht.

Im Anschluss wird das "Experiment" durchgeführt und das unerwartete Ergebnis präsentiert.

Um zu zeigen, dass die Seifenhaut auch gleich nach dem Auftauchen die Minimalfläche angenommen hat, wird der Tetraeder etwas "geruckelt" und somit gezeigt, dass die Seifenhaut, nachdem sie aufgehört hat zu vibrieren, die gleiche Struktur einnimmt wie am Anfang.



Erweiterung

Die Übung kann nun mit anderen Körpern weitergeführt bzw. dem Interesse der Klasse entsprechend ergänzt werden.

Kinder können eigenständig beliebige Körper bauen und eintunken. Es gilt, je einfacher die Körper, desto anschaulicher wird das Ergebnis.

Hintergründe

Realer Bezug

Die Schüler erleben hier das mathematische Gebiet der Minimalflächen in der "realen" Welt. Mit der Aufforderung sich zu überlegen welche Fläche die Seifenhaut bildet werden alle in den Prozess einbezogen und zur aktiven Teilnahme ermutigt. Dies kann dadurch weiter unterstützt werden, dass die Körper im Vorfeld selbst von den Schülern angefertigt werden und die Übung somit einen persönlichen Bezug erhält.

Ästhetik und Mathematik

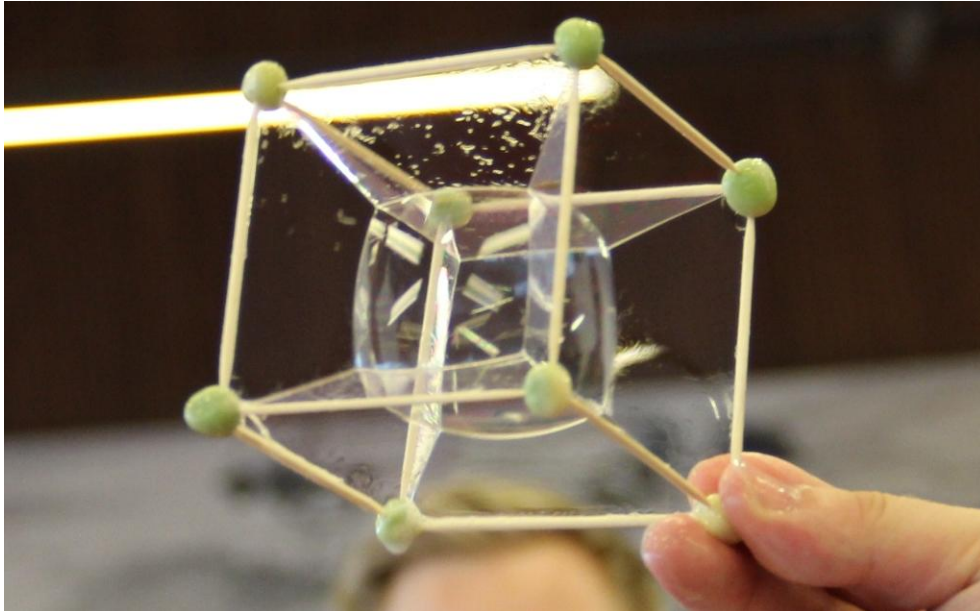
Mit der einfachen und schönen Darstellung der Thematik erhält alles eine Ästhetik, wodurch bei den Schülern Interesse aufgebaut wird, welchem sie auch leicht selbst zuhause weiter nachgehen können.

Insgesamt wird bei dieser Übung, wie immer wenn Material zum Einsatz kommt Mathematik haptisch erfahren und nicht nur auf ein Stück Papier herunter gebrochen.

1.3. 4-dimensionaler Würfel

David Ruf

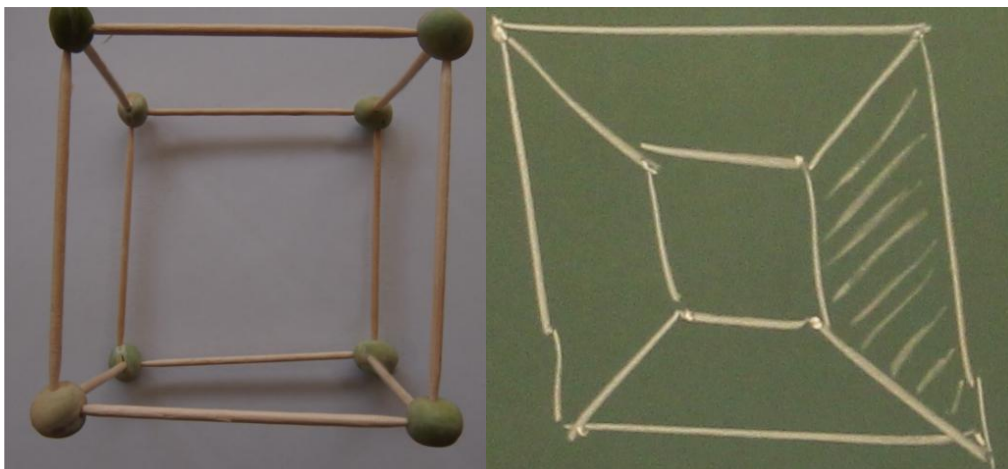
Konkrete Umsetzung



Wie in der vorangegangenen Übung taucht der Lehrer nun einen Würfel in das Seifenblasenwasser und zeigt die nun entstandene Minimalflächen. Durch erneutes Eintauchen einer Seite des Würfels wird Luft eingeschlossen und es bildet sich ein kleinerer, aufgeblähter Würfel, der im Zentrum des großen Würfels steht. Das Ergebnis lässt sich als Zentralprojektion des 4-dimensionalen Würfels im 3-dimensionalen Raum.

Hintergründe

Die folgende Zentralprojektion bietet eine analoge Betrachtung des 4-dimensionalen Würfels.



Die schraffierte Fläche ist eines der sechs Quadrate des Würfels, jedoch durch die Einschränkung der Ebene nach hinten verzerrt. Das kleine Quadrat in der Mitte ist die untere Seite des Würfels.

So besteht also der 4-dimensionale Würfel aus insgesamt 8 Würfeln, welche sich aus den 6 Pyramidenstümpfen, dem großen Würfel und dem Kleinen in der Mitte zusammensetzen, was man anhand seiner Zentralprojektion nachzählen kann. Auf diese Art kommt man auf 16 Ecken, 32 Kanten und 24 Flächen.

1.4. Drei-Phasen-Projektion

Johannes Huber

Jeremias Moser-Fendel

Konkrete Umsetzung

Die Schüler lernen, dass es mindestens drei unterschiedliche Ansichten - Vorderansicht, Seitenansicht und Draufsicht - benötigt um einen Gegenstand exakt zu bestimmen. Außerdem wird deutlich, dass eine Drehung des Gegenstands um 180° in der Projektion keine zusätzliche Information liefert. Nur die Drehung um 90° in unterschiedlicher Richtung bewirkt einen Informationsgewinn.

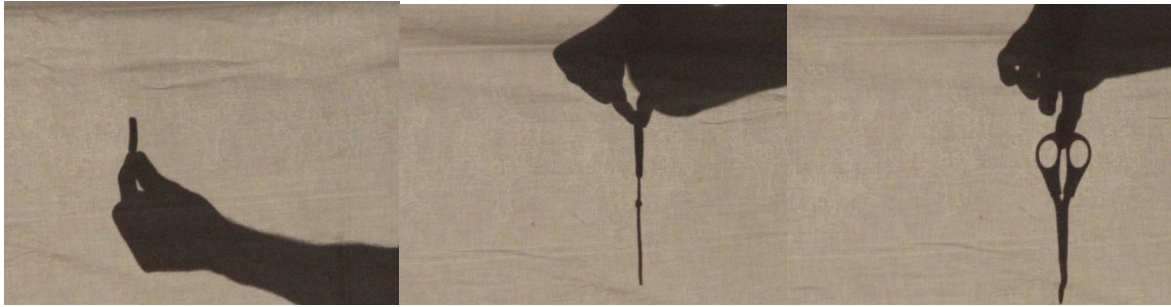
Konkrete Umsetzung

Alle Tische werden zur Seite geräumt. Der Raum wird so umgestaltet, dass eine Bühne und Zuschauerplätze entstehen - abgetrennt durch ein Leintuch. Zwei Freiwillige spannen mit wenigen Metern Abstand zur Tribüne ein Leintuch auf.



Der Tageslichtprojektor steht möglichst weit weg von der Leinwand, so dass sich auf dem Leintuch eine Parallelprojektion ergibt. Wenn alles vorbereitet ist, schließen die Schüler die Augen. Der Lehrer stellt sich hinter das Leintuch und hält einen Gegenstand in das Licht des Projektors. Die Schüler öffnen die Augen und versuchen anhand des projizierten Schattens zu erraten, um was für einen Gegenstand es sich handelt.

Die Schüler schließen erneut die Augen, während der Lehrer den Gegenstand um 90° dreht. Anschließend öffnen die Schüler die Augen und versuchen erneut den Gegenstand zu erraten.



Tipps zur Umsetzung

Der Lehrer sollte darauf achten, dass der Gegenstand mindestens dreimal gedreht wurde, bevor er eindeutig zu erkennen ist (Vorder-, Seitenansicht und Draufsicht). Auch wenn ein Schüler (zufällig) bereits im ersten Anlauf den Gegenstand errät, wird der Lehrer die Lösung nicht vorzeitig preisgeben. Der Gegenstand kann häufig erst nach der dritten Drehung eindeutig bestimmt werden.

Die Schüler haben jetzt die Gelegenheit, selbst hinter das Leintuch zu treten und die Übung mit eigenen Gegenständen durchzuführen.

Hintergründe

Dies ist eine erste Begegnung mit Projektion. Projektion hat eine weitere Bedeutung bei der Vektorrechnung und der Trigonometrie (Verweis auf Band I)

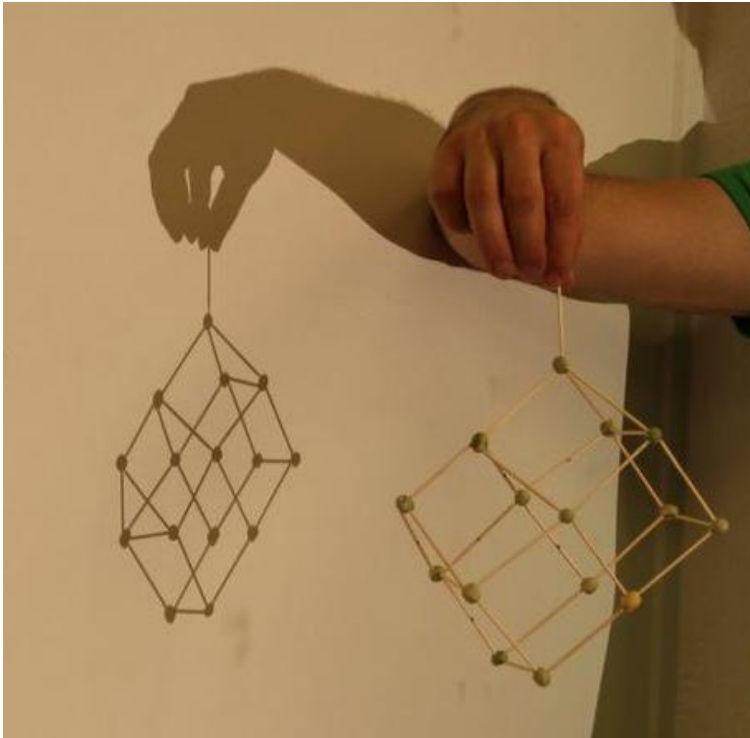
1.5. Drehbewegung einer Projektion

Johannes Huber

Jeremias Moser-Fendel

Konkrete Umsetzung

Ein Tageslichtprojektor wird auf eine Wand gerichtet. Die Schüler stellen sich rechts und links des Lichtkegels auf, so dass sie möglichst gut auf den Schatten des Gegenstandes blicken können. Der Lehrer hält einen aus Zahnstocher und Erbsen konstruierten Gegenstand mit möglichst geringem Abstand zur Wand in das Licht des Projektors und dreht



diesen. Um den Gegenstand drehen zu können, muss an einer Ecke ein zusätzliches Zahnstocher als Halterung angebracht werden (siehe Abbildung). Jetzt sollen die Schüler anhand der Bewegung des Schattens überlegen, um was für eine Drehung es sich handelt - eine Spiegelung der Drehrichtung oder einer Dopplung der Drehrichtung. Indem die Schüler den Daumen nach oben oder unten halten und mit den anderen Fingern die Drehrichtung mitteilen, geben sie an welche Drehrichtung sie vermuten.

Hintergründe

Informationsverlust durch Projektion

Durch Projektion geht die 3. Dimension (vgl. erste Übung) und die Drehrichtung als Information verloren. Im Schatten lassen sich keine Verdeckungen erkennen. D.h. beim Schatten des Gegenstandes ist nicht mehr zu erkennen welche projizierte Ecke der vorderen des Originals entspricht. Je nachdem welche Ecke der Betrachter als „vordere“ wahrnimmt, dreht sich der Schatten in entsprechender Richtung. Es lässt sich bei der Projektion also keine Aussage mehr über die Ausrichtung des Gegenstandes treffen.

Mathematik als Streitschlichter

Mathematik nimmt in dieser Übung auch die Rolle des Pädagogen im Sinne eines Streitschlichters ein, denn trotz unterschiedlich wahrgenommener Drehrichtungen liegt keiner der Schüler richtig oder falsch. Zwei Menschen nehmen Wirklichkeiten unterschiedlich wahr, trotzdem können beide Recht haben. Die Schüler können darauf aufmerksam gemacht werden und verstehen, dass die eigene Wirklichkeit eine mögliche Interpretation der Wahrheit ist.

Bedeutung von Projektion in der Mathematik

Die Thematik spielt bei der Einführung von Sinus und Cosinus als Projektion einer Drehbewegung eine Rolle. Auch in der Vektorrechnung findet sich der Projektionsgedanke wieder. Das Rechnen mit Vektoren wird erst durch deren Projektion auf Koordinaten möglich (Verweis auf Band I).

1.6. Einführung in die Kongruenz

Vanessa Hofmann

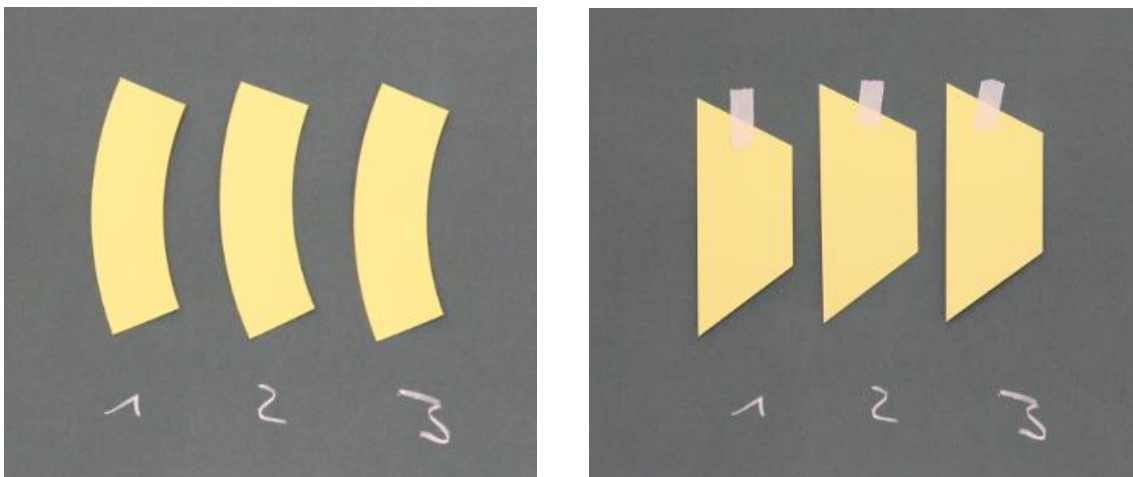
Melanie Marianek

Phase1: Über eine optische Täuschung wird Deckungsgleichheit eingeführt

Konkrete Umsetzung

Der Lehrer heftet drei identische Figuren an die Tafel und nummeriert diese anschließend. Die Schüler entscheiden nun welche der Figuren die Größte ist und geben ihre Antwort nonverbal durch Anzeigen mit den Fingern an. Anschließend geben die Schüler wieder mit den Fingern an, wie sicher sie sich mit ihrer Antwort waren – ein Finger entspricht zehn Prozent.

Zur Überprüfung werden die drei Figuren übereinander gelegt.



Der Vorteil der Trapeze besteht darin, dass sie sich leicht mit Hilfe einer Schneidemaschine anfertigen lassen.

Hintergründe

Deckungsgleichheit und Täuschungseffekt

Die Schüler werden durch den Effekt der optischen Täuschung darauf sensibilisiert, dass ein bloßes Hinsehen alleine nicht ausreicht, um Deckungsgleichheit zu zeigen – es muss Maß genommen werden.

Die optische Täuschung sorgt so für einen interessanten Einstieg in das neue Thema.

Phase2: Im Baumarkt – Was braucht es zur Deckungsgleichheit?

Konkrete Umsetzung

Zwei Schüler befinden sich möglichst weit entfernt voneinander im Klassenzimmer – der Eine befindet sich „im Baumarkt“, der Andere ist „zu Hause“. Jeder bekommt ein Papier-Dreieck (sie unterscheiden sich geringfügig) und einen Zollstock. Durch Zurufen im Raum wird ein Telefongespräch simuliert.

Die Dreiecke stellen Fliesen dar, wobei im Baumarkt ein passender Ersatz gekauft werden soll. Hierzu muss natürlich die Deckungsgleichheit überprüft werden.

Im nächsten Durchgang werden zwei identische Dreiecke verwendet. Jedoch wurde von einem Dreieck eine Ecke abgerissen. Dieses Dreieck stellt die kaputte Fliese „zu Hause“ dar.

Die Schüler benötigen in der Übung zum Winkelmessen auch ein Geodreieck. Auf diese Idee sollen sie allerdings selbst kommen.

Hintergründe

Kongruenzsätze

Schüler erarbeiten selbstständig die Kongruenzsätze (möglicherweise sss und wsw). Hierbei erörtern sie in der Gruppe, ob die Informationen bisher ausreichend sind, um Deckungsgleichheit zu garantieren, beziehungsweise ob zu viele Informationen ausgetauscht worden sind.

Lernumgebung schafft eine reale Situation

Durch die Lernumgebung werden die Kongruenzsätze nicht „von Außen“ aufgesetzt. Ihre Notwendigkeit wird ersichtlich.

Verwendung von Materialien am Beispiel Geodreieck

Die Schüler stellen fest, dass die vorhandenen Materialien nicht ausreichen. Sie benötigen zusätzliche Hilfsmittel – in diesem Fall ein Geodreieck.

Formalität

Zum Vergleich der Informationen sind Zahlen nötig – die Deckungsgleichheit wird formal gefasst.