Schulaufgabe im Fach Mathematik **Q11 2. Halbjahr**

Teil I (ohne Hilfsmittel) (36 Minuten)

B

Analytische Geometrie

1a) Eine dreiseitige Pyramide besitzt die Eckpunkte O(0/0/0), X(2/0/0), Y(0/3/0) und Z(0/0/-4)

Fertigen Sie eine aussagekräftige räumliche Skizze in einem 3-d KOS und berechnen Sie dann geeignet und nachvollziehbar das Volumen dieser Pyramide.

1b) Die Gleichung einer Kugel lautet: $(x_1-2)^2+(x_2)^2+(x_3+3)^2=25$
Geben Sie drei verschiedene Punkte auf der Kugel an, für die $x_3=1$ gilt.

Infinitesimalrechnung

2 Gegeben ist die Funktion $f(x)=\frac{\ln(x^2)}{x}$ mit Definitionsmenge $\mathbb{R}^+$.

2 a) Geben Sie das Verhalten der Funktion an den Rändern der Definitionsmenge an.

2 b) Bilden Sie die Ableitung $f'(x)$ dieser Funktion.

---

3 a) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Gleichung $(e^x-\sqrt{e})\cdot\ln(x+2)=0$.

3 b) Benutzen Sie den Näherungswert $\ln 2\approx 0{,}69$ und geben Sie damit einen Näherungswert für die Lösung der Gleichung $e^x=8$ an. Genauigkeit: Eine Nachkommastelle.

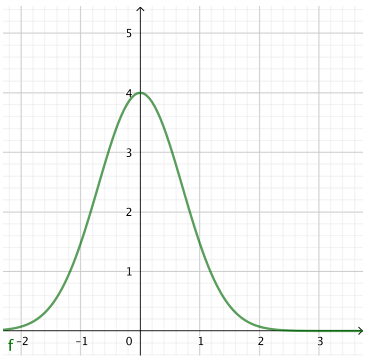
Bitte wenden!

4a) Geben Sie an, welcher der Graphen A, B, C, D zu welcher Funktion gehört?

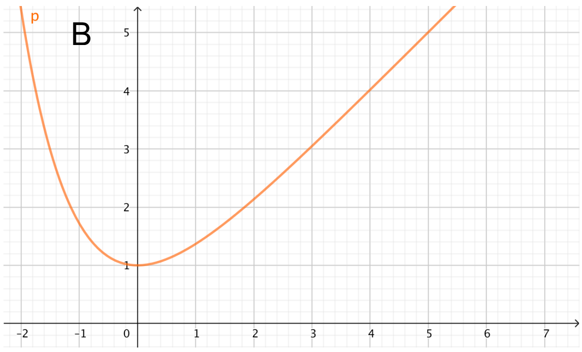
4b) Geben Sie für eine der Funktionen bei denen der zugehörige Graph nicht abgebildet ist, ein Argument, warum keiner der abgebildeten Graphen zu dieser passt.

$f(x) = \ln(x^2) \qquad d(x) = x + e^{-x} \qquad b(x) = \frac{(x-1)^2}{x} \qquad k(x) = (\ln x)^2 \qquad r(x) = x + e^x \qquad c(x) = 4 \cdot e^{-x^2}$

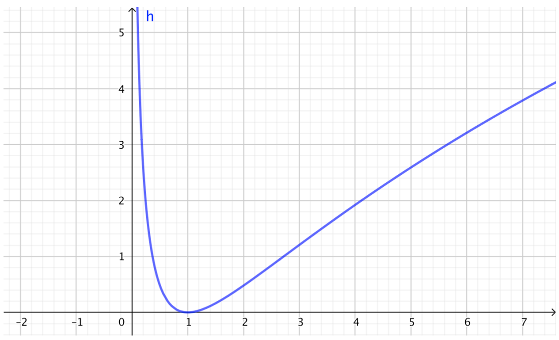
A



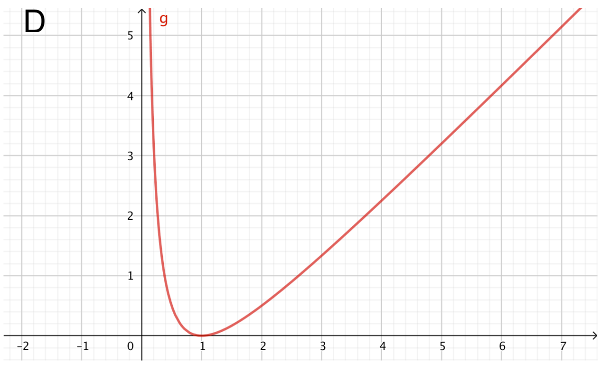
B



C



D



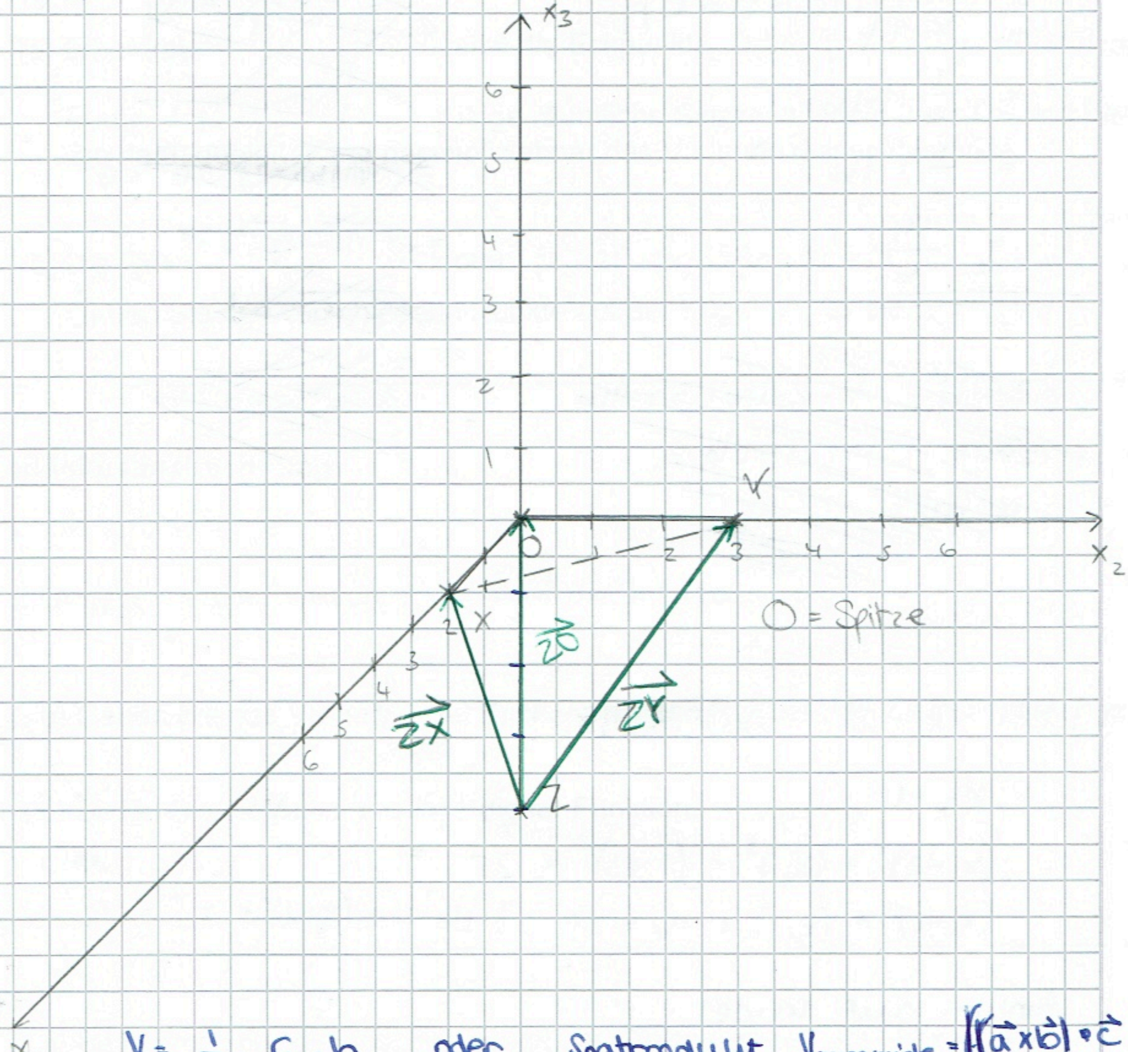
2. Klausur im Fach Mathematik
am 18.06.18 Q11
Teil 1

B

Analytische Geometrie

1a) $O(0|0|0)$, $X(2|0|0)$, $Y(0|3|0)$ $Z(0|0|-4)$

$V_{pyramide} = \frac{1}{3} G \cdot h$



$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$ oder Spatprodukt $V_{pyramide} = |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}| \frac{1}{6}$

$G = \frac{1}{2} |\vec{ZY} \times \vec{ZX}|$

$=$

$\vec{ZY} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\vec{ZY} \times \vec{ZX}$

$\vec{ZX} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

$= \begin{matrix} 12 - 4 \\ 8 - 4 \\ 0 - 6 \end{matrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$

$\vec{ZO} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix} = \vec{ZY} \times \vec{ZX}$$

$$V_{Pyramide} = \frac{1}{6} \left| (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} \right|$$

$$= \frac{1}{6} \left| \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right|$$

$$= \frac{1}{6} \left| (-16 + 0 + 0) \right|$$

$$= \frac{1}{6} \left| -16 \right|$$

$$= \frac{1}{6} \cdot 16$$

$$\underline{V_{Pyramide} = \frac{16}{6}}$$

1 b) $(x_1 - 2)^2 + (x_2)^2 + (x_3 + 3)^2 = 25$

$x_3 = 1$

$(x_1 - 2)^2 + (x_2)^2 + (1 + 3)^2 = \overset{r^2}{25}$

$(x_1 - 2)^2 + (x_2)^2 + 16 = 25 \quad | -16 \longrightarrow (x_1 - 2)^2 + x_2^2 = 9$

Punkte auf Kugel

Punkt 1 $(2 | 3 | 1)$

Punkt 2 $(5 | 0 | 1)$

Punkt 3 $(0 | \sqrt{5} | 1)$

2. $f(x) = \frac{\ln(x^2)}{x}$

$D_f = \mathbb{R}^+$

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) \to$ „$\frac{+\infty}{0}$" $\to$ gegen 0

$\ln(x^2)$ bestimmt nicht den Verlauf

$\lim\limits_{x \to 0} f(x) \to \frac{-\infty}{+\infty}$ " $\to +\infty$

b) $f(x) = \frac{\ln(x^2)}{x}$

$u(x) = \ln(x^2) = 2\ln(x) \quad u'(x) = \frac{2}{x}$
$v(x) = x \quad v'(x) = 1$

$f'(x) = \frac{\frac{2}{\cancel{x}_1} \cdot \frac{\cancel{x}}{1}' - (1 \cdot \ln(x^2))}{x^2}$

$= \frac{2 - 2 \cdot \ln(x)}{x^2}$

$= \frac{2(1 - \ln(x))}{x^2}$

3. a) $(e^x - \sqrt{e}) \cdot \ln(x+2) = 0$

$\ln(x+2)\ (e^x - \sqrt{e}) = 0 \quad |: \ln(x+2)$

$e^x - \sqrt{e} = 0 \quad | + \sqrt{e}$

$e^x = \sqrt{e} \quad |^2$

$e^{2x} = e$

$\ln(e) = 2x$

$1 = 2x \quad |:2$

$x = 0,5$

b) $\ln(2) \approx 0,69 \longrightarrow e^{0,69} = 2$
$e^x = 8$

$\frac{e^{0,69}}{e^x} = \frac{2}{8}$

$e^x = 8$
$\ln(8) = x$

$\frac{\ln(2)}{\ln(8)} = \frac{0,69}{x}$

$2e^x = 8e^{0,69}$
$2e^x = 8 \cdot 2$
$2e^x = 16 \quad |:2$
$e^x = 8$
$\ln(8) = x$

$0,69 + 0,69 = 1,38$

$1,38 + 0,69 = 2,07$

$\ln(2^2) = 2 \cdot \ln(2)$ $\ln($
$= 0,69 \cdot 2 = 1,38$

$\ln(4) = 1,38 \longrightarrow \ln(8) = \ln(2 \cdot 4) = \ln(2) + \ln(4)$
$= 0,69 + 1,38$

$\boxed{\ln(8) = 2,07}$

4 a) $A = 4 \cdot e^{-x^2}$

$B = d(x) = x \cdot e^{-x}$

$C = b(x) = \frac{(x-1)^2}{x}$

$D = k(x) = (\ln(x))^2$

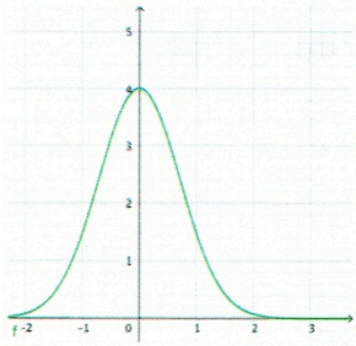
4 b) $f(x) = \ln(x^2)$ passt zu keiner der Graphen, da es die ln Funktion um den Faktor 2 gestreckt ist $\ln(x^2) = 2 \cdot \ln(x)$ und somit müsste die Wf auch im negativen Bereich sein, was bei keiner dieser Graphen so ist

4a) Geben Sie an, welcher der Graphen A, B, C, D zu welcher Funktion gehört?

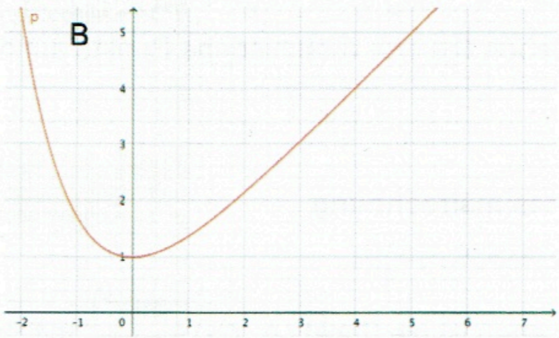
4b) Geben Sie für eine der Funktionen bei denen der zugehörige Graph nicht abgebildet ist, ein Argument, warum keiner der abgebildeten Graphen zu dieser passt.

$f(x)=\ln\left(x^2\right)$ $\quad d(x)=x+e^{-x} = x+\frac{1}{e^x}$ $\quad \cancel{b(x)=\frac{(x-1)^2}{x}}$ $\quad \cancel{k(x)=}\left(\ln x\right)^2$ $\quad r(x)=x+e^{x}$ $\quad c(x)=4\cdot e^{-x^2} = 4\cdot\frac{1}{e^{x^2}}$

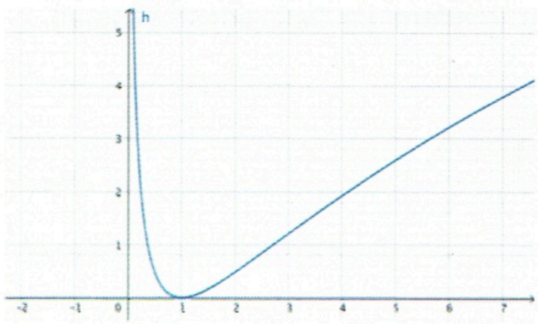
A



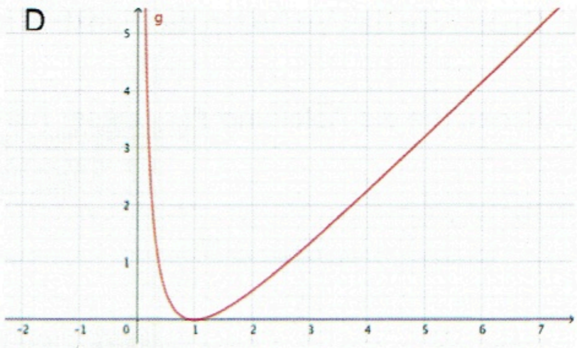
B



C



D



Summe: 25