1.1. Schaubilder abfragen über Körperhaltung

Julia Boros

Konkrete Umsetzung

Der Lehrer fragt verschiedene Funktionen ab, welche die Schüler mithilfe ihrer Körperhaltung darstellen sollen.

Parabel

Der Lehrer schreibt eine Funktion, beispielsweise $f(x)=\frac{1}{2}x^2$ an die Tafel. Die Schüler stellen mit Hilfe ihrer Arme das Schaubild der Funktion dar.

Um Funktionen wie $f(x)=\frac{1}{2}x^2+1$ darzustellen müssen sich die Schüler auf den Stuhl stellen.

Winkel

Die Schüler bilden mit ihren Händen einen Zeiger und schließen ihre Augen. Der Lehrer nennt hintereinander Bogenmaße oder Winkel, z.B. 30 Grad oder $\frac{3\pi}{4}$. Nun führt jeder Schüler die Drehung aus. Es können auch mehrere Winkel hintereinander abgefragt werden.
Zusätzlich wird die Einzelabfrage durch das Entfernen der visuellen Komponente verstärkt.


.

Lineare Funktionen

Auch lineare Funktionen können dargestellt werden. Hierzu muss, im Gegensatz zu symmetrischen Parabeln, ein Koordinatensystem an die Tafel aufgeschrieben werden, damit sich die Schüler orientieren können, wo plus und

Hintergründe

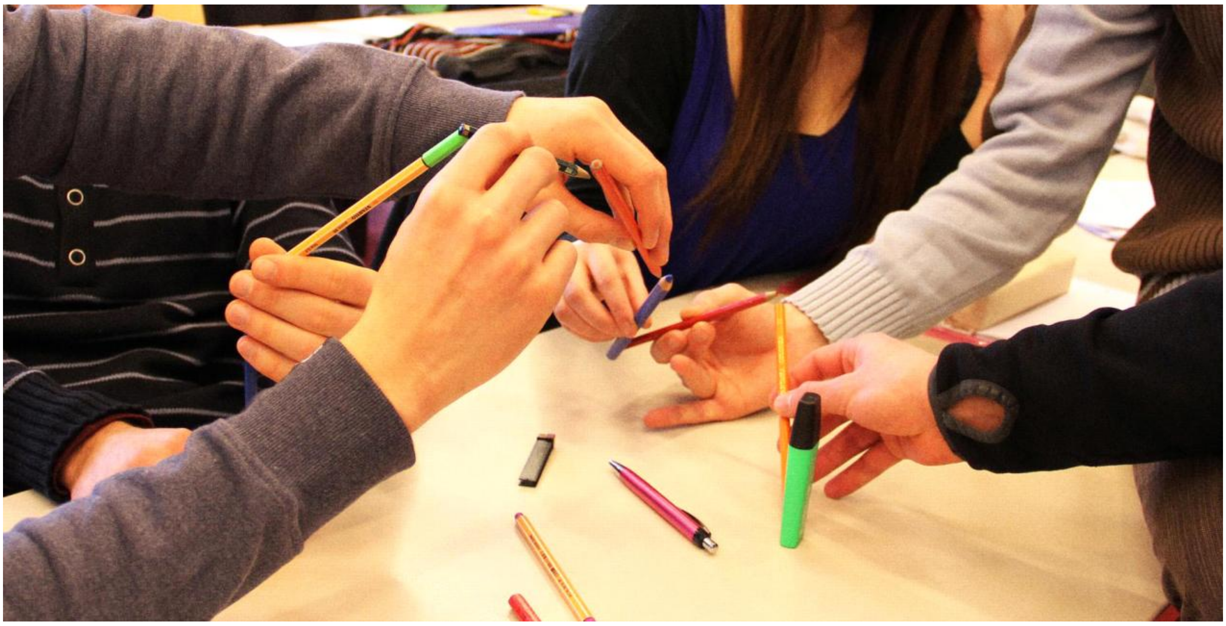
Keine Bloßstellung

Durch die synchrone Abfrage wird nach dem Prinzip der Nonverbalen Kommunikation kein Schüler vorgeführt. Die Gefahr der Bloßstellung wird ausgeschlossen und der Lehrer dient ausschließlich als Leitperson und schafft eine angenehme Lernumgebung. Dennoch sieht der Lehrer auf einen Blick, wer die Parabelfunktion verstanden hat.

1.2. Addition von Vektoren

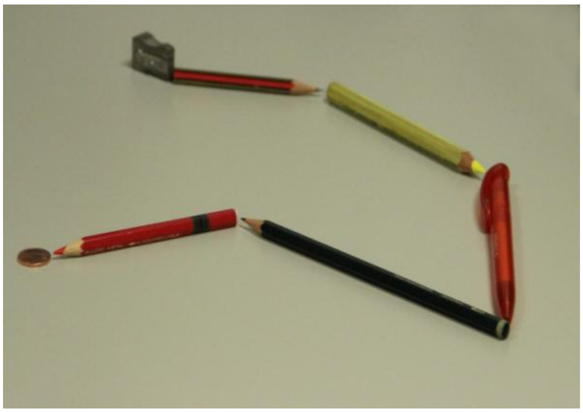
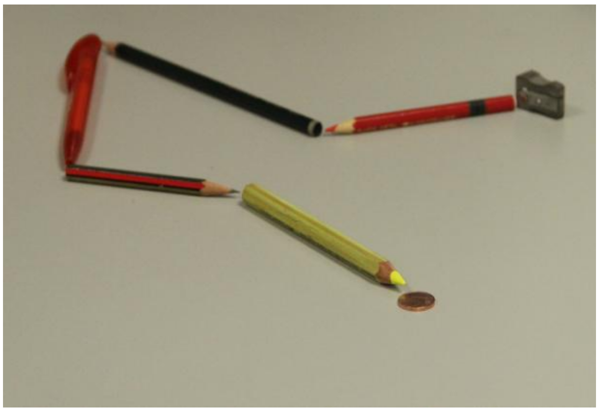
Nico Huber

Mit Hilfe von Stiften wird die Kommutativität nachempfunden



Konkrete Umsetzung

Jeder Schüler legt mit unterschiedlichen Stiften einen Stiftzug, indem er jeweils das Ende eines Stiftes an die Spitze des zuvor gelegten Stiftes legt. Jetzt werden Start- und Endpunkt der Strecke mit Stiftdeckel, Radiergummi oder ähnlichem markiert. Jeder Stift behält während der ganzen Übung seine Richtung, wie eine Kompassnadel, bei. Im nächsten Schritt dürfen die Stifte unter Beibehaltung ihrer Ausrichtung neu kombiniert werden. Wichtig ist, dass auch hier immer das Ende eines Stiftes an die Spitze eines anderen gelegt wird.
Es wird dabei vom gleichen Startpunkt aus gestartet. Wenn die Schüler die Richtung der Stifte beibehalten werden sie am gleichen Endpunkt ankomme. Diese Übung funktioniert nicht nur auf dem Tisch, sondern auch im 3-dimensionalen Raum.

Hintergründe

Einstieg mittendrin

Für gewöhnlich werden im Unterricht erst Vektoren eingeführt. Die hier vorgestellte Herangehensweise erinnert an Marten Wagenschein: Dem Schüler wird ohne Vorbereitung ein komplexes Problem gestellt. Der Unterricht beginnt sozusagen "mittendrin".

Projektion der Addition

Die Aufgabe soll den Schülern vermitteln, dass die Addition von Vektoren kommutativ ist. Dabei werden hier anstatt Vektoren Stifte mit fester Richtung verwendet. Demzufolge entspricht das Hintereinanderlegen zweier Stifte der Addition zweier Vektoren.
Die Erklärung kann im zweidimensionalen Falle mit Hilfe einer Projektion erklärt werden: Betrachtet man den Schatten der Stifte so können hier die Länge als einfache Zahlen addiert werden, von denen wir wissen, dass sie kommutativ sind. Für die Projektion in Richtung y-Achse muss der Overheadprojektor um 90° verschoben werden.

Verschieden Stifte

Die Verwendung von unterschiedlichen Stiften zeigt, dass die Länge der Stifte vollkommen beliebig ist und keinen Einfluss auf das Ergebnis hat.

1.3. Verkettung von Funktionen – die Rechenmaschine

Dennis Gillian

Johannes Maier

Die Übung zeigt, dass es auf die Reihenfolge der Verkettung ankommt. Schüler schlüpfen in die Rolle von Funktionen.

Konkrete Durchführung

Für diese Übung benötigt man eine Vielzahl möglichst gleicher Stiften. Der Lehrer beschriftet zwei Karten, in unserem Beispiel „plus 3“ und „mal 2“ und überreicht diese an zwei Freiwillige, wobei die Klasse nicht sieht, was auf den Karten steht. Jetzt werden von der Klasse beliebige (natürliche) Zahlen genannt. Der Lehrer gibt dem linken Schüler die genannte Anzahl an Stiften, woraufhin dieser seine Rechenoperation, für die Klasse nicht sichtbar, anwendet. In unserem Beispiel gibt er drei Stifte hinzu und reicht die neue Anzahl, ebenfalls für die Klasse nicht sichtbar, an den zweiten Schüler weiter. Dieser verdoppelt die Anzahl und zeigt das Ergebnis der Klasse.

Der erste Durchgang wird vom Lehrer an der Tafel auf der symbolischen Ebene dokumentiert. Das Experiment wird solange mit weiteren Zahlen wiederholt, bis die Klasse die Verkettung $f(x) = 2x + 6$ oder $f(x) = (x + 3) \cdot 2$ erkennt. Anschließend tauschen die beiden Freiwilligen die Plätze. Dadurch erfahren die Schüler, dass die Verknüpfung von Funktionen nicht kommutativ ist.

Hintergründe

Rollenzuordnung

In dieser Übung lassen sich Funktionen wie $f(x) = x$ und $f(x) = 0$ sehr gut konkrete Rollen zuordnen. Zum Beispiel kann für f(x)=x die Rolle des „Faulpelz“ und für f(x)=0 die Rolle des „Plattmachers“ definiert werden.

Negative Zahlen - Ortskodierung

Werden die negativen Zahlen hinzugenommen, wird eine negative Zahl durch einen mit Deckel nach „unten“ zeigenden Stift dargestellt. Dementsprechend eine positive Zahl mit dem Deckel nach „oben“. Nun muss lediglich besonders auf die „Richtung“ der Stifte geachtet werden

Kettenregel

Mit dieser Übung kann man auch verdeutlichen, dass die zuletzt ausgeführte Vorschrift die „äußere Funktion“ für die Ableitungsregel wiedergibt. Ein Beispiel:

$$x \underbrace{\mapsto}_{\sqrt{(\ )}} \sqrt{x} \underbrace{\mapsto}_{\sin(\ )} \sin\sqrt{x} \underbrace{\mapsto}_{e^{(\ )}} e^{\sin\sqrt{x}}$$

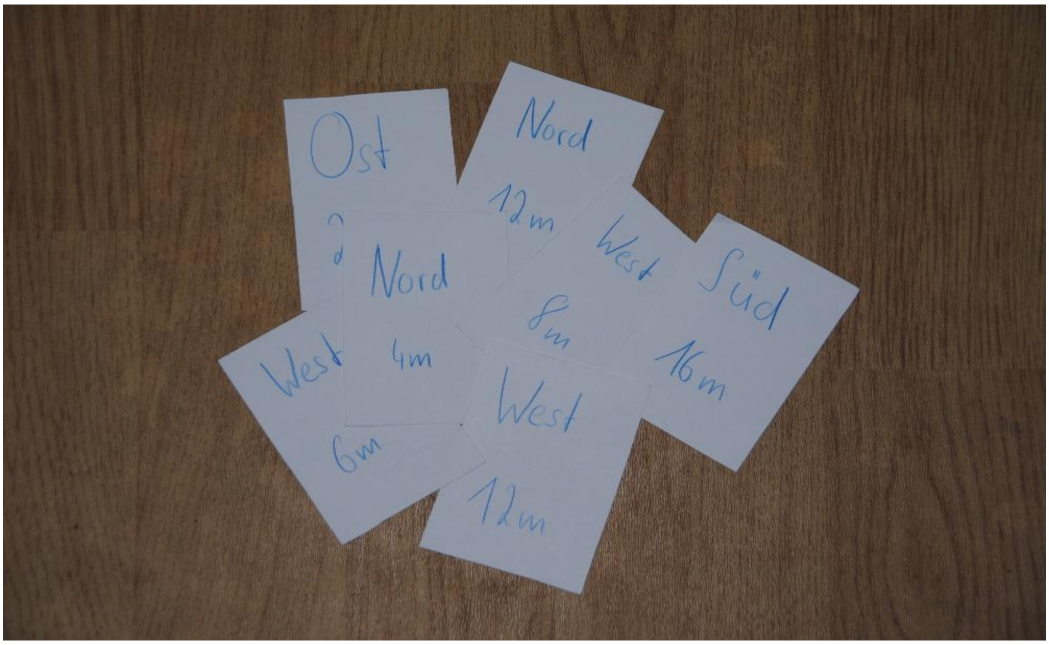
1.4. Schatzsuche

Johannes Aderbauer

Vorgestellt wird eine Schatzsuche, die auf Kommutativität der Vektoren bezüglich der Addition basiert.

Durchführung der Schatzsuche:

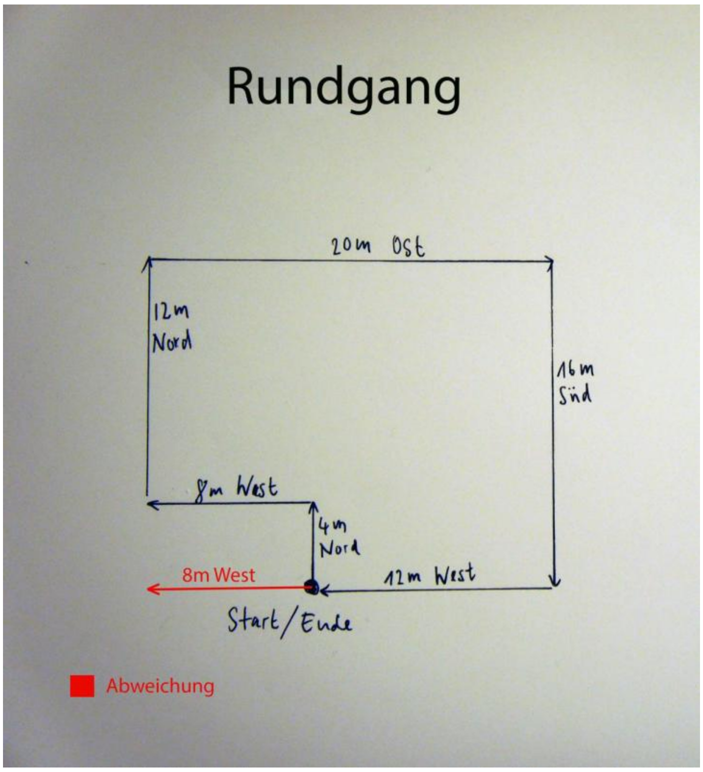
Die Schüler werden in Gruppen aufgeteilt und erhalten die Richtungskarten jeweils in unterschiedlicher Reihenfolge.



Jede Karte darf nur einmal verwendet werden. Zudem werden die Gruppen mit Kompass und Zollstock ausgestattet. Am Schluss kommen alle im gleichen Zielgebiet an und können zur Belohnung den Schatz ausgraben.

Erstellung der Richtungskarten:

Der Lehrer ist klar im Vorteil. Er kennt Vektorrechnung. So kann er einen Rundkurs aus sich aufhebenden Richtungskarten erstellen und diesen noch eine weitere Karte hinzufügen, die dann die eigentliche Entfernung des Schatzes vom Ausgangspunkt darstellt.



Hintergründe:

Messfehler und Ungenauigkeit:

Die Schüler erkennen, dass Messen immer ungenau ist. Denn trotz Anstrengung und Präzision von ihrer Seite kommen alle Gruppen an leicht unterschiedlichen Endpunkten an. Sie erfahren aber auch, dass je nach Situation unterschiedliche Größenordnungen und Genauigkeiten wichtig sind. In ihrem Fall spielen wenige Zentimeter im Endergebnis keine Rolle, bei anderen Rechnungen sind sie dagegen entscheidend.

Kommutativität der Vektoraddition:

Es wird spielerisch erkannt, dass die Reihenfolge keine Rolle spielt, da alle Gruppen am gleichen Punkt ankommen. Zudem sieht man, dass entgegengesetzte Karten sich gegenseitig aufheben, Karten mit gleicher Richtung eine Addition darstellen. Man kann somit durch vorheriges Addieren beziehungsweise Subtrahieren die Messarbeit deutlich reduzieren. Mathematik spart hier viel Arbeit.

Unterschiedliche Kartenwerte – Variation der Schwierigkeit

Die Übung wird schwieriger, wenn es nicht, wie im einfachsten Fall, sich genau aufhebende Karten gibt, sondern wenn sich beispielsweise 25,2 Meter Süd mit 12,1 Meter Nord und 13,1 Meter Nord aufheben. Eine zusätzliche Schwierigkeitssteigerung wird durch die Hinzunahme von genaueren Himmelsrichtungen wie Nordwest oder die Angabe von Gradzahlen erreicht.

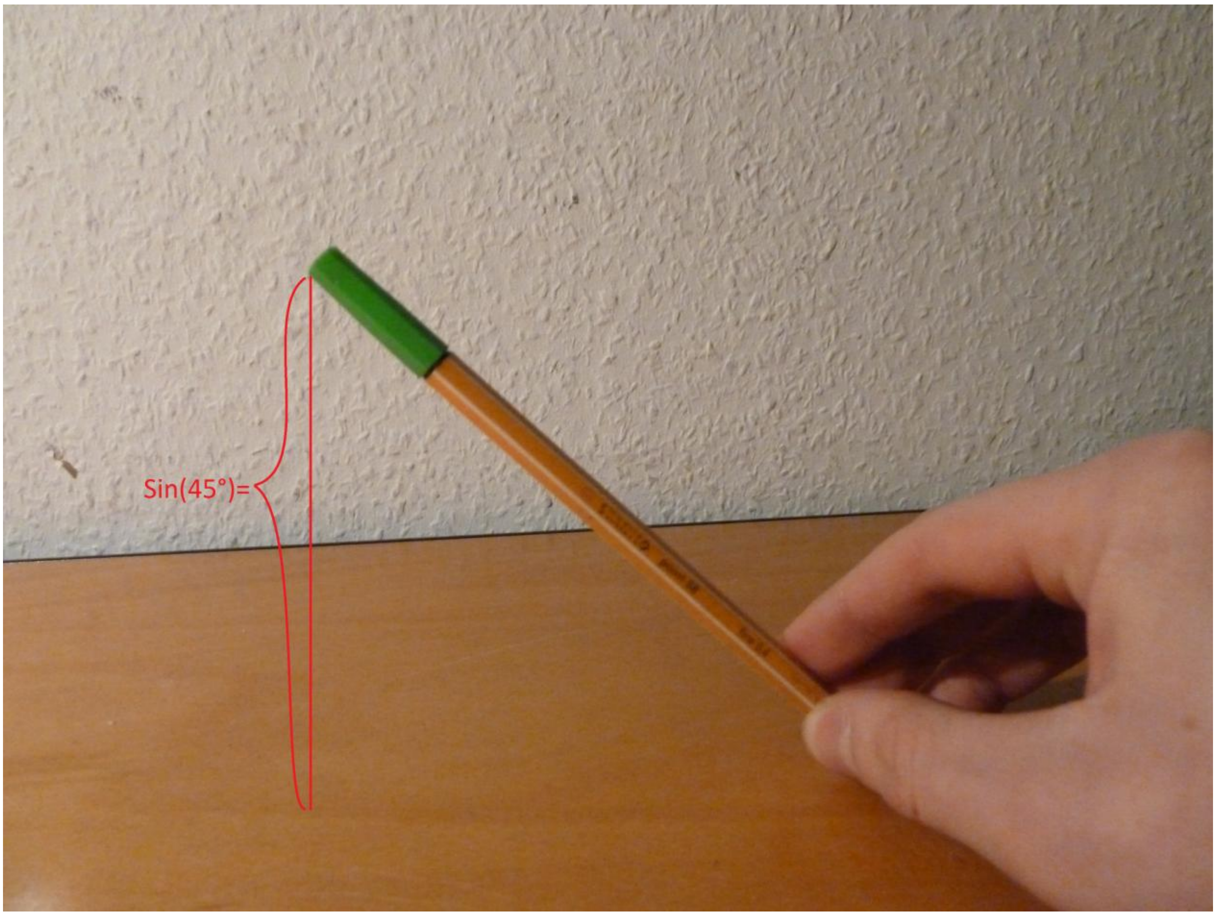
1.5. Nonverbale Abfragetechnik über das Material am Beispiel der Sinusfunktion

Armin Hartmann

Mit Stiften wird die Sinusfunktion abgefragt. Durch diese Technik kann man ohne Taschenrechner gut Sinus-Werte abschätzen.

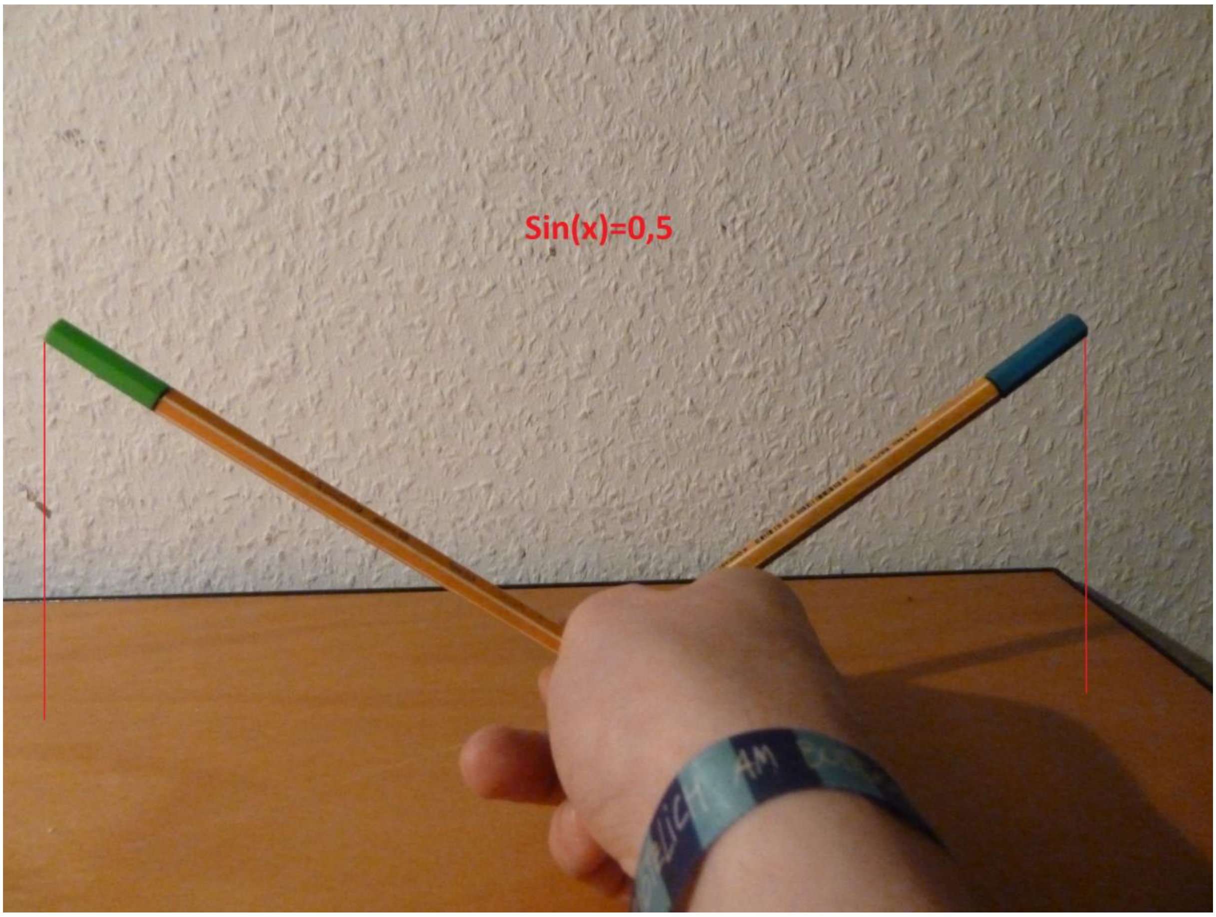
Konkrete Umsetzung

Jeder Schüler legt einen Stift vor sich, der nach links zeigt. Dann wird der Stift nach oben bewegt.



Was ist $\sin(45°)$?
Hier wird der Stift um 45° angestellt. Die Höhe des Stiftes über der Tischkante gibt den Wert an.

Es gibt auch umgekehrte Fragestellungen. Es wird ein Wert zwischen Null und Eins vorgegeben, beispielsweise $\sin(x) = 0{,}5$.
Hierbei gibt es zwei Lösungen.



Hintergrund:

Optische Kontrolle

Durch die nonverbale Antwort der Schüler hat der Lehrer unmittelbar eine Antwort, wer die Sache verstanden hat und wer nicht. Man vergleiche die verbale Abfrage: Hier wird nur ein Schüler abgefragt und falls er die Antwort nicht weiß unter Umständen vorgeführt.

1.6. Strecke, Geschwindigkeit und Beschleunigung mit dem Auto

Matthias Friedmann

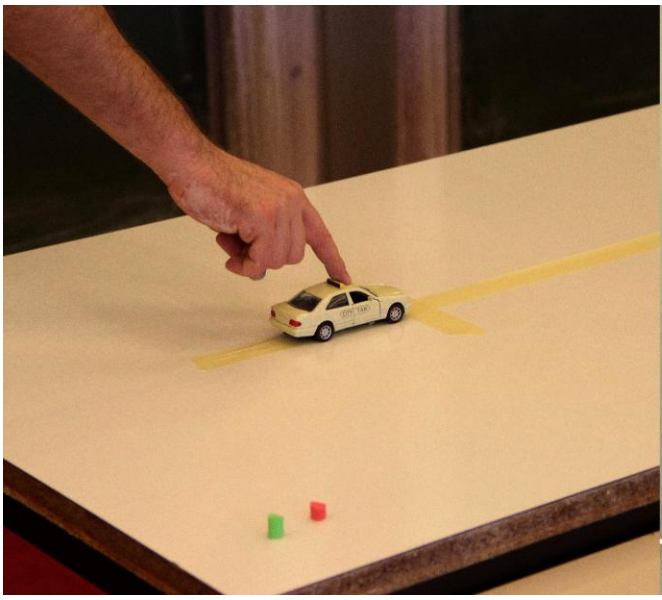
Leonard Kalb

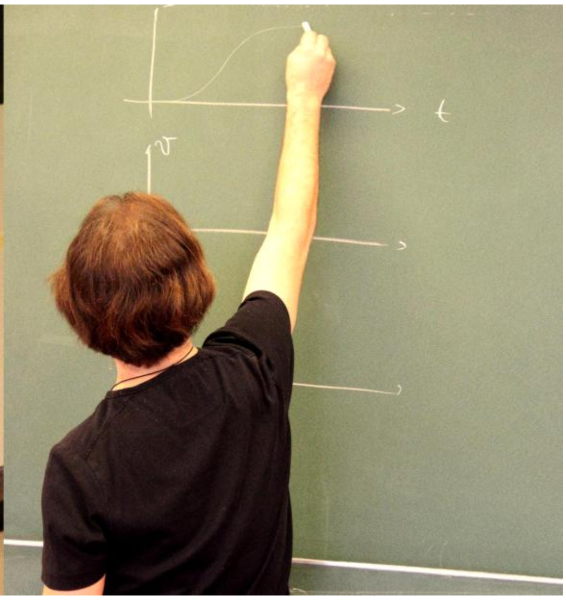
Bei dieser Aufgabe geht es um die Beziehung von Funktionen und deren Ableitungen.

Vorbereitung:

Der Lehrer klebt einen ca. ein Meter langen Kreppband-Streifen auf das Pult. Eine Seite wird mit einem Pfeil markiert. Dieser Streifen stellt eine Achse, die y-Achse, dar. Außerdem wird ein Spielzeugauto mit Aufziehmotor benötigt.

Die Schülerinnen und Schüler zeichnen jeweils drei Koordinaten-Systeme in ihr Heft und Beschriften es mit s-t Diagramm, v-t Diagramm und a-t Diagramm. Die x-Achse ist die Zeitachse.





Konkrete Umsetzung:

Der Lehrer lässt das Auto mehrmals fahren. Die Aufgabe der Schüler besteht darin, die drei Diagramme genau untereinander zu zeichnen, so dass die Beziehungen der Diagramme untereinander klar werden. So werden zum Beispiel Extremwerte der Funktion zu Nullstellen der Ableitung.

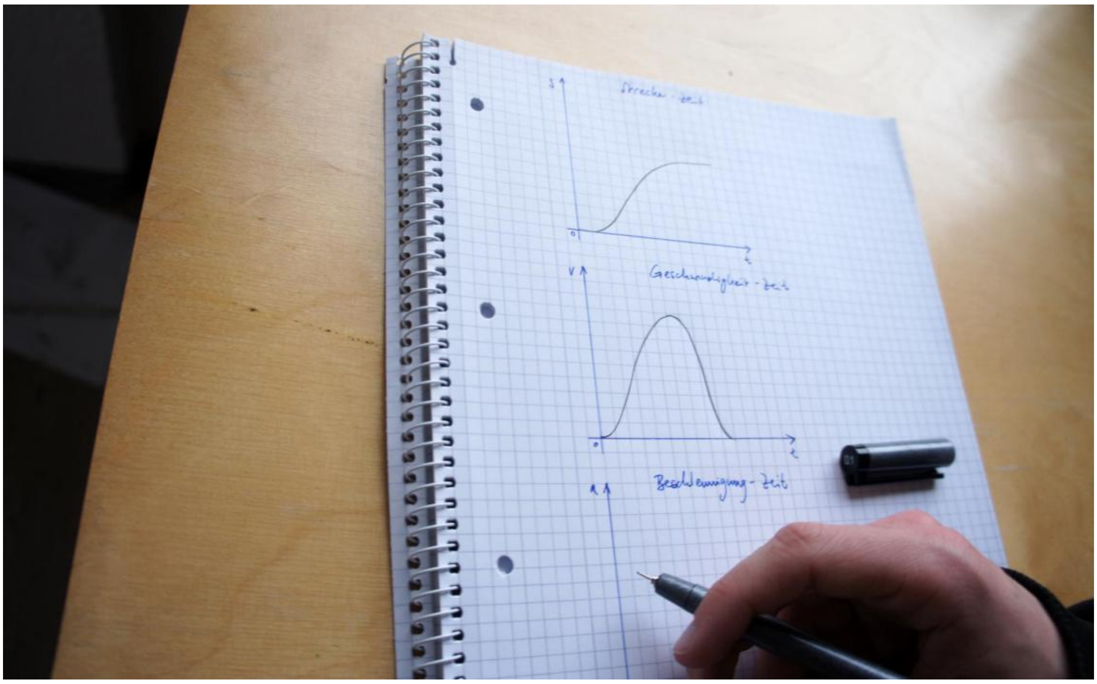
Hintergründe:

Verknüpfung über das Material

Alle Schaubilder beziehen sich auf eine Autofahrt. Damit sind Funktionen und Ableitungen materiell miteinander verknüpft.

Grafische Herangehensweise

Dieser Einstieg eignet sich als erste Begegnung mit Ableitungen. Dies ermöglicht eine anschauliche Herangehensweise bevor symbolische/ formale Rechnungen von der zugrunde liegenden Idee der Differentialrechnung ablenken.


Strecke - Zeit
Geschwindigkeit - Zeit
Beschleunigung - Zeit