

1.1. Exponentialfunktion und Akustikgitarre

Christian Marschner

Tobias Riehle

Konkrete Umsetzung

Benötigt wird eine Gitarre. Mit dieser kann man den Grundton einer Saite oktavierem, indem man die Saite halbiert (Finger auf den zwölften Bund legen). Die Töne sollten nun vorgespielt werden, um die Oktavierung hörbar zu machen.



Was hat das Ganze mit exponentiellem Wachstum zu tun? Eine Lösung ist, dass eine weitere Halbierung der Saite den Ton erneut oktavierem würde, eine dritte Halbierung noch einmal, und so weiter. Dies ist so lange möglich bis die physikalischen Rahmenbedingungen der Saite es nicht mehr zulassen.



Potenzieren bekommt eine akustische Bedeutung und ist somit fächerübergreifend. Das betrifft sowohl die Musik wie auch die physikalischen Themen Schwingungen und Wellen.

1.1. Zufall und exponentieller Zerfall - Kerne altern nicht

*Julia Lang
Kerstin Wunsch*



Wir Menschen sterben nicht zufällig. Mit hoher Wahrscheinlichkeit erreichen wir ein Alter zwischen 75 und 90 Jahre. Atomkerne hingegen altern nicht. Sie explodieren mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit. Es ist einem Kern also egal, ob er bereits ein paar Millionen Jahre existiert oder gerade erst entstanden ist. Folgende Übung stellt die Situation nach:

Jeder Schüler nimmt die Rolle eines Atomkernes ein. Zerfall oder Überleben wird mit einer Münze entschieden: Zeigt diese Zahl an, „zerfällt“ der Schüler auf seinem Platz und setzt sich. Dann folgt die nächste Runde, die nächste Halbwertszeit. Die Stehenden werfen erneut. Das Spiel setzt sich solange fort, bis alle Atomkerne zerfallen sind.

1.2. Modellierung eines Bierschaumzerfalls

Beim Bierschaumexperiment betrachtet man den Zerfall der Schaumkrone bei schnell eingeschenktem Bier.

Das Experiment lässt sich in der Mittel- oder Oberstufe durchführen. Hierbei kann exponentielles Wachstum beziehungsweise exponentieller Zerfall, sowie die Halbwertszeit veranschaulicht werden.



Vorbereitung

Jede Gruppe bringt ein Geodreieck, ein zylinderförmiges Glas, einen Zollstock und eine Flasche Bier oder Karamalz, je nachdem in welcher Klassenstufe das Experiment stattfindet, mit.

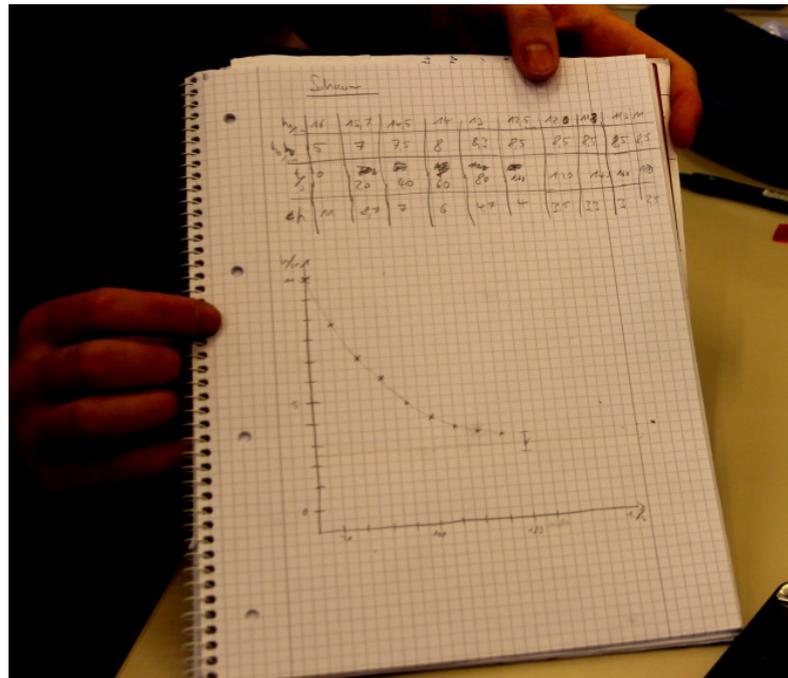
Von der Theorie...

Ziel des Experiments ist es den Zerfall des Bierschaums als konkrete Funktion zu modellieren. Zur Erfassung der gemessenen Werte dient folgende Tabelle. Die Zeit wird dabei in Sekunden und die Schaumhöhe in Zentimetern dokumentiert.

Zeit t	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
Schaumhöhe h										

Zeit t	50	60	70	80	100	120	140	170
Schaumhöhe h								

Des Weiteren wird ein Diagramm vorgegeben, um in diesem die beobachteten Daten einzuzeichnen.



Ziel des Experiments ist es den Zerfall des Bierschaums in einer Formel festzuhalten. Die Grundformel wird vorgegeben: $f(t) = c \cdot a^t$
 In der Beschreibung des exponentiellen Wachstums sind a und c zu bestimmen.

Aufgabenverteilung innerhalb der Farbgruppe



- Der *Zeitmanager* ist für die Messungen in den vorgegebenen Zeitabschnitten zuständig.
- Der *Protokollant* trägt die Messwerte in die Tabelle ein.
- Der *Schüler mit dem Geodreieck* mittelt die Schaumhöhe
- Der *Schüler mit dem Zollstock* misst vom Geodreieck zur Unterkante des Schaumes. Achtung: Während der Messung ändert sich diese Größe!

... zur Praxis



Die gemessenen Werte werden als Graph in das Schaubild eingetragen. Zu der entstandenen Kurve soll jetzt die Zuordnungsvorschrift gefunden werden.

Umsetzung in der Kursstufe

Das Experiment lässt sich durch Veränderungen der Vorgaben auf die Oberstufe übertragen. Hierbei wird das Zerfallsgesetz mit Hilfe der e-Funktion $f(t) = c \cdot e^{k \cdot t}$ beschrieben. Weiter kann die Halbwertszeit bestimmt werden.

Hintergründe

Materielle Mitverantwortung der Schüler

Wenn die Schüler ihr eigenes Material mitbringen müssen und dafür Verantwortung tragen, dass das Experiment durchgeführt werden kann, haben sie einen besseren Bezug zur Aufgabenstellung. Der Alltagszusammenhang bewirkt, dass das Experiment den Schülern besser im Gedächtnis bleibt.

Dabei ist ein erfreulicher Nebeneffekt, dass sich der Lehrer nicht um das Material kümmern muss. Das Experiment wird somit praxistauglich.

Modellierung

Ein konkretes Naturereignis wird mathematisch modelliert. Man könnte fast sagen die Natur kennt die Mathematik.

Kompetenzschulung

Kompetenztraining beginnt bereits bei der Blattaufteilung: Wie werden die Achsen skaliert? Weiter geht es mit der Datenerhebung: Ergibt es einen Sinn alle zehn Sekunden die Höhe zu messen oder sollte zu Beginn häufiger und am Ende seltener gemessen werden? Und schließlich eine schwierige Frage: Welche Werte aus dem Schaubild sollen verwendet werden, um die Zuordnungsvorschrift zu bestimmen?

Schwierigkeitsgrad und Aufgabenstellung

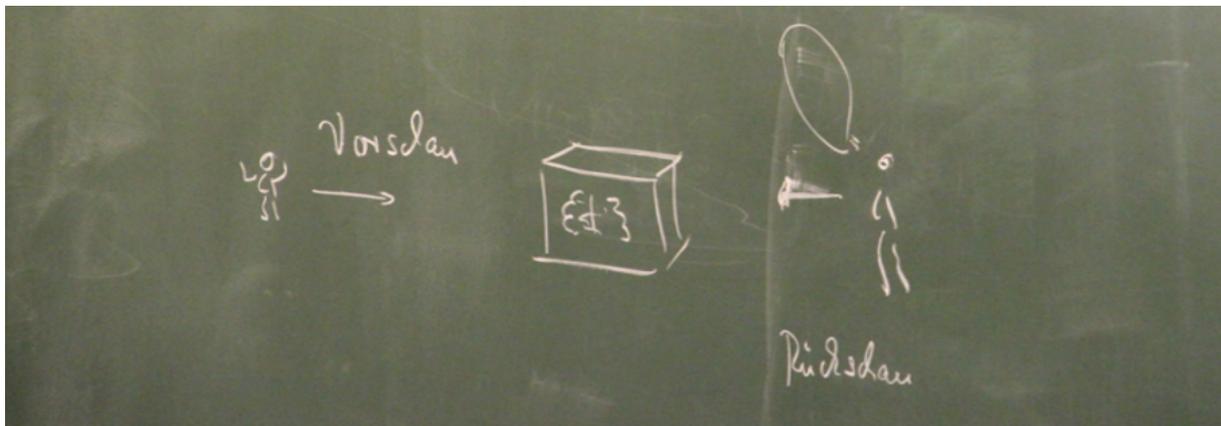
Der Schwierigkeitsgrad der Aufgabe hängt von den Vorgaben des Lehrers ab. Je weniger Vorgaben gegeben werden, desto größer ist der Spielraum. Je nach Klasse werden die Vorgaben unterschiedlich sein. Für die Kursstufe werden z.B. keine Messzeitpunkte in der Tabelle vorgegeben. Die Schüler müssen selbst sinnvolle Zeitabstände zur Messung der Schaumhöhe finden.

1.2. Ein Brief an sich selbst

Britta Tho Pesch

Markus Herm

Während der Lehrer das Unterrichtsgeschehen unter dem Gesichtspunkt der weiteren Schullaufbahn in einer rückschauenden Art und Weise betrachtet, beurteilt der Schüler die Situation aus seiner jetzigen Wirklichkeit, in einer vorschauenden Art und Weise, heraus. Was zunächst beispielsweise als nervig oder überflüssig wahrgenommen wird, kann sich rückblickend als sehr hilfreich herausstellen.



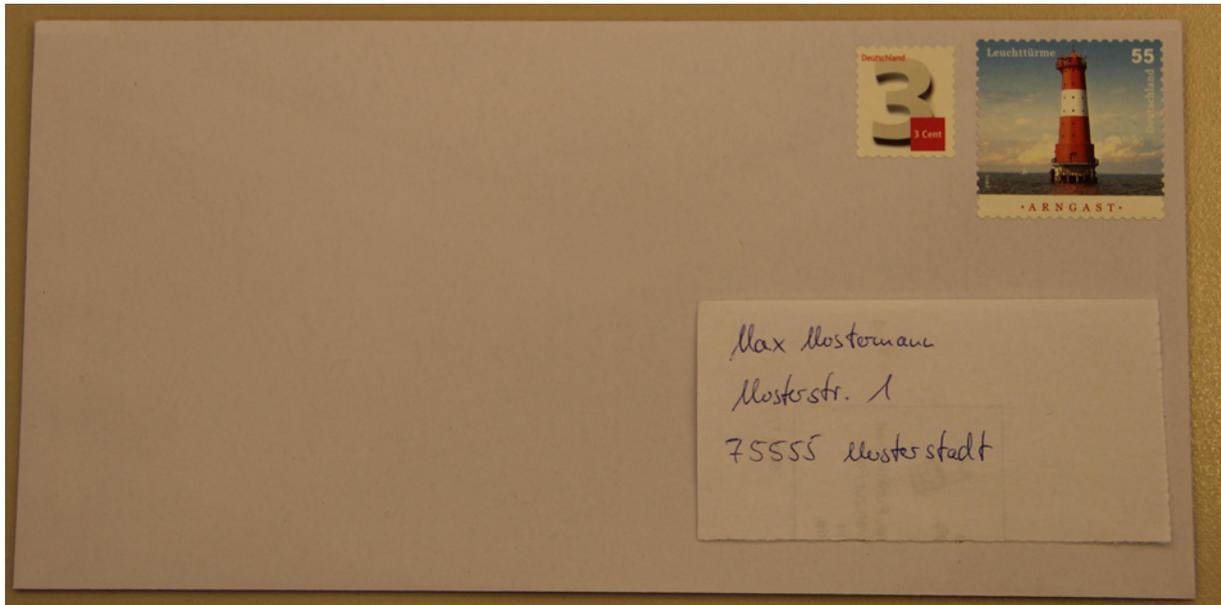
Es ist oft schwierig, die eigene Entwicklung richtig einzuschätzen. Einen Brief an sein zukünftiges Ich zu schreiben bietet die Möglichkeit, sich zu einem späteren Zeitpunkt mit seinen eigenen Erwartungen zu vergleichen.

Konkrete Umsetzung

Jeder Schüler braucht Briefpapier, einen Umschlag und eventuell auch Briefmarken, falls der Brief per Post geschickt werden soll. Anschließend wird den Schülern Zeit gegeben um den Brief zu beginnen. Je nachdem, wie viel Zeit zur Verfügung steht,

kann der Brief auch zuhause beendet werden. Er ist dann in der nächsten Stunde wieder mitzubringen.

Zu einem späteren Zeitpunkt bekommen die Schüler ihre Briefe vom Lehrer oder per Post zurück. Je später dies ist, desto effektiver wirkt die Methode.



Das Angeben einer zweiten Adresse (z.B. als Absender im linken oberen Eck) erhöht die Wahrscheinlichkeit, dass ein Brief auf dem Postweg erreicht, falls man beispielsweise umgezogen ist.

Hintergründe

Vergleich mit eigenen Erwartungen

Durch das Lesen des Briefs erinnert man sich an die Erwartungen, die man früher hatte und kann diese mit dem eigenen, aktuellen Stand vergleichen. Man erkennt, welche seiner Ziele man erreicht hat und wovon man eventuell immer noch weit entfernt ist. Dies kann einem dann als Orientierungshilfe dienen, was sich noch verbessern oder verändern sollte.

Anfangen im Unterricht

Es ist besser mit dem Schreiben des Briefs schon im Unterricht zu beginnen, da man sich dort in einer anderen Atmosphäre als daheim befindet. So wird angeregt, dass auch schulische Themen (um die es dem Lehrer hauptsächlich geht) im Text Platz finden. Zuhause werden wahrscheinlich eher private Themen im Brief behandelt werden.

Persönliches Briefpapier

Falls ein Schüler persönliches Briefpapier besitzt, sollte er dies benutzen. Es kann auch weißes Papier genommen werden, aber wenn persönliches Briefpapier verwendet wird, verstärkt dies den Effekt, dass man den Brief als etwas Eigenes, von sich Kommendes, empfindet. Das Briefpapier wird zum Informationsträger. Durch den persönlichen Bezug ist die Information stärker.

Kommunikation mit sich selbst

Der Brief ermöglicht einem später mit seinem früheren Ich zu kommunizieren. Eventuelle Differenzen zwischen dem im Brief Beschriebenen und der tatsächlichen Situation können als Kritik wahrgenommen werden. Da diese aber von einem selbst kommt hat sie eine ganz andere Wirkung. Die eigene Kritik wird besser aufgenommen und hat damit einen konstruktiven Effekt. Die aktuelle Überzeugung wird mit dem Ich aus der Vergangenheit verglichen. Diese Konfrontation kann zur Persönlichkeitsentwicklung beitragen.

1.1. Wachstum von Kresse

Laura Schönberger

Tobias Schricke

Das durchschnittliche Wachstum von Kresse soll über zwei Wochen als Graph einer Funktion dargestellt werden.

Konkrete Umsetzung

Benötigtes Material und Vorbereitung

Zur Durchführung werden Kressesamen, Küchen- oder Toilettenpapier, ein Suppenteller, Tesafilm, eine Schere und etwas um die Pflanzen pressen zu können (z.B.: schwere Bücher), benötigt. In die Suppenschüssel werden mehrere Lagen Küchen- bzw. Toilettenpapier gelegt und die Kressesamen darauf verteilt. Anschließend wird ausreichend Wasser in den Teller gegossen.



Durchführung

Das Wachstum kann über einen beliebigen Zeitraum betrachtet werden, wobei eine Dauer von etwa 14 Tagen sinnvoll ist. Jeden Tag wird zur gleichen Zeit ein repräsentatives Kressepflänzchen vorsichtig entnommen und zum Trocknen gepresst.

Der Wachstumsort sollte vor Beginn gewählt und dann nicht mehr geändert werden. Außerdem ist darauf zu achten, dass stets genügend Wasser im Teller ist, da die Kresse sonst schnell vertrocknet.



Ergebnissicherung

Um das Wachstum der Kresse sichtbar zu machen, wird ein Koordinatensystem angelegt. Die x-Achse beschreibt die Zeit in Tagen nach der Anpflanzung, die y-Achse die Höhe der Kresse in Zentimetern. Jeden Tag wird das entnommene, getrocknete Kressepflänzchen mit einem Streifen Tesafilm an den entsprechenden Tag eingeklebt.



An diesem Schaubild kann nun das durchschnittliche Wachstum der Kresse als Funktion abgelesen werden. Je nachdem wie lange das Wachstum beobachtet wird, erhält man eine beschränkte Funktion, da die Kressepflänzchen ab einem bestimmten Tag nicht mehr bedeutend größer werden.

Hintergrund

Erleben und verstehen

Diese Übung ist vor allem unter dem Aspekt „Mathematik erleben“ zu betrachten. Durch das Kressewachstum erfährt man, was exponentielles Wachstum (bzw. beschränktes Wachstum) ist, und lernt es nicht nur stur im Unterricht auswendig. Es ist sehr wichtig zu erkennen, dass exponentielles Wachstum nicht nur ein mathematisches Hirnkonstrukt ist, sondern tatsächlich in unserer Umgebung stattfindet. Außerdem kann man sich nach dieser Aufgabe diese spezielle Art des Wachstums besser vorstellen und sich daran erinnern.

Kompetenzen im Unterricht

Ein weiterer wichtiger Lernaspekt ist die benötigte Verantwortung. Der Schüler ist allein für das Gelingen der Aufgabe verantwortlich. So muss man täglich daran denken ein Pflänzchen zu ernten, es zu trocknen und aufzukleben, sowie ausreichend zu gießen. Ebenso müssen einige auftretende Probleme gelöst werden, wie zum Beispiel: Wie viel Papier muss man verwenden? Welches Pflänzchen hat Durchschnittsgröße? Wie viel Wasser benötigt die Kresse?

Binnendifferenzierung

Ein wichtiger Aspekt, der diese Übung umso stärker macht, ist die Binnendifferenzierung. So lässt sich die Kresse aus mathematischer Sicht sowohl in der 5. als auch in der 12. Klasse anpflanzen. Wichtig ist jedoch, worauf das

Augenmerk in der Auswertung gelegt wird. In einer 5. Klasse geht es hauptsächlich um das Erleben an sich, sowie die ersten Erlebnisse mit einer Funktion. Eine mögliche Aufgabenstellung könnte das tägliche Ausmessen der Pflänzchen sein. In der Kursstufe kann hingegen schon eine Wachstumsfunktion modelliert werden. Ein weiterer toller Effekt dieser Aufgabe ist, dass jeder Schüler so viel Zeit zum Ernten und Aufkleben hat, wie er benötigt. Dies ist vor allem bei jüngeren Klassen wichtig.

Fächerübergreifend

Kresse anzupflanzen ist eine sehr fächerübergreifende Aufgabe. So lässt sich diese Aufgabe gut mit anderen naturwissenschaftlichen Fächern, wie Biologie oder Naturphänomene verbinden. Hier wird das Augenmerk auf das Erleben von Natur und Wachstum gelegt. Auch im Fach Religion kann das Anpflanzen von Kresse einen Einstieg in das Thema „Leben“ darstellen.

Persönlicher Bezug: Kresse

Diese Übung bringt auch einen starken persönlichen Bezug mit sich. So hat sicherlich jeder schon mal im Kindergarten oder in der Grundschule Kresse angepflanzt, um die Natur zu erleben. Es werden also viele Erinnerungen geweckt. Außerdem macht es auch Spaß die Kresse anzupflanzen und ihr beim Wachsen „zuzuschauen“. Schließlich ist ein toller Nebeneffekt, dass man die übrige Kresse noch für leckere Brotaufstriche, Salate usw. verwenden kann.