

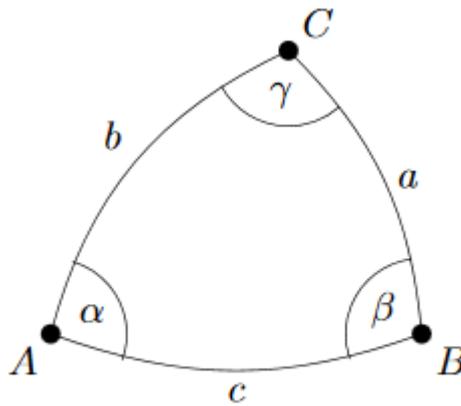
Übungsaufgaben zur Vorlesung „Elementargeometrie“

Übungsblatt 11

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Sei $\triangle ABC$ ein sphärisches Dreieck wie in der untenstehenden Skizze. Zeigen Sie, dass gilt

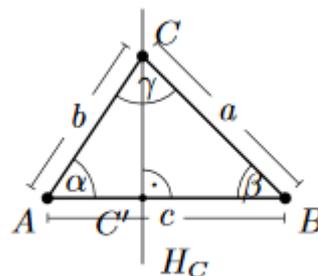
$$\alpha + \beta < \pi + \gamma.$$



Aufgabe 2: (1+2 Punkte)

- (a) Sei $\triangle ABC$ ein Dreieck in der euklidischen Ebene \mathbb{R}^2 . Wir bezeichnen mit C' den Schnittpunkt der Geraden H_C , die C enthält und auf der Geraden $g(A, B)$ durch A, B senkrecht steht. Zeigen Sie: Sind die Bezeichnungen wie im Bild unten, so gilt

$$h_C := \|C - C'\| = b \cdot \sin(\alpha) = a \cdot \sin(\beta).$$



- (b) Formulieren und beweisen Sie eine ähnliche Aussage in der hyperbolischen oder sphärischen Geometrie.

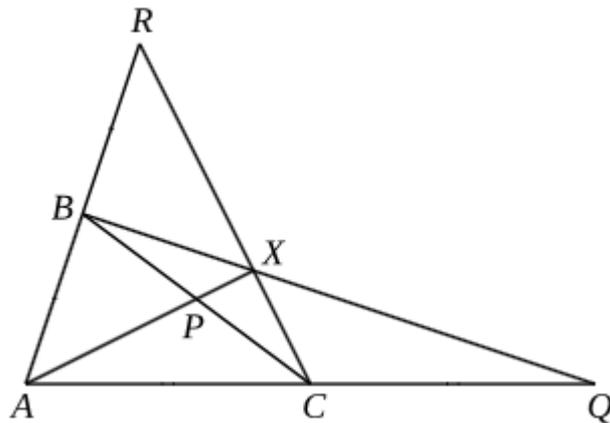
Aufgabe 3: (5 Punkte)

Sei \mathbb{H} die hyperbolische Halbebene und g, h zwei Geraden in \mathbb{H} , die parallel sind. Weiterhin seien zwei verschiedene Punkte P, P' auf g gegeben, sodass der Abstand von P zu h gleich dem Abstand von P' zu h ist (vgl. Übungsblatt 8, Aufgabe 2). Zeigen Sie, dass eine Gerade $\ell \subset \mathbb{H}$ existiert, die ein Lot auf g und h ist (d.h. senkrecht auf g und h steht).

Aufgabe 4: (3 Punkte)

Seien \overline{AR} eine Strecke in der euklidischen Ebene \mathbb{R}^2 mit Mittelpunkt B und \overline{AQ} eine Strecke mit Mittelpunkt C , die \overline{AR} nur in A schneidet. Sei mit X der Schnittpunkt von \overline{QB} und \overline{RC} bezeichnet. Zeigen Sie, dass P der Mittelpunkt von \overline{BC} ist.

Hinweis: Nutzen Sie Übungsblatt 7, Aufgabe 1.



„Aufgabe“ 5: (Keine Abgabe!)

Auf folgendem Link, der auf die Seite der Universität Erlangen führt, finden Sie viele Aufgaben aus dem bayerischen Staatsexamen zum Thema Kegelschnitte (= „Quadriken im \mathbb{R}^2 “)¹. Bearbeiten Sie so viele Aufgaben davon, bis Sie sich sicher im Umgang mit Kegelschnitten fühlen.²

	19	18	18	17	17	16	16	15	15	14	14	13	13	12	12	11	11	10	10	09	09	08	08	07	07	06	06	05	05	04	04	03	03	02	02	01	01	
	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	
Quadriken \mathbb{R}^2	I/5	I/5	I/5	I/5	I/5	I/5	II/5	II/5	I/4	I/2	I/2	II/5	II/1	I/5	III/4	I/5	II/5	I/5	I/4			I/5	I/2	II/5	I/5	III/4	III/4	III/4	III/4	III/3	II/5	II/4	I/4	III/4	III/4	I/5	II/4	II/2

Abgabedetails: Das Blatt kann **freiwillig** am Freitag, den 19. Juli 2019 vor der Vorlesung in den Briefkästen 3.21 und 3.22 im Untergeschoss des mathematischen Instituts abgegeben werden. **Alle Punkte auf diesem Blatt zählen als Bonuspunkte.**

- Briefkasten 3.21: Gruppen Mi 10-12, Do 10-12.
- Briefkasten 3.22: Gruppen Di 10-12, Di 12-14.

¹Die verlinkten Aufgaben führen jeweils immer zum ganzen Staatsexamensthema. Nicht alle in diesem Thema enthaltenen Aufgaben handeln von Kegelschnitten.

²Meiden Sie Aufgabenstellungen wie „Bestimmen Sie den affinen Typ/die affine Normalform...“ und ähnliche Dinge, die in unserer Vorlesung nicht behandelt wurden. Bevorzugen Sie stattdessen Aufgaben, in denen man die euklidische Normalform (:= „Normalform“ in unserer Vorlesung) und den geometrischen Typ (Ellipse, Hyperbel, ...) des Kegelschnitts bestimmen soll.