Universität Freiburg
Dr. Ksenia Fedosova
Andreas Demleitner

SS 2019
26.04.2019

Übungsaufgaben zur Vorlesung „Elementargeometrie“

Blatt 1

Aufgabe 1: (4+2 Punkte)

(i) Zeigen Sie, dass die Axiome (I1), (I2), (I3) und (P) unabhängig voneinander sind, d.h. es dass es zu jeder Wahl von drei dieser Axiomen eine Inzidenzstruktur gibt, die diese drei Axiome erfüllt, aber nicht das vierte.

(ii) Sind (I1), (I2), (I3) und (PE) unabhängig voneinander? Begründen Sie.

Aufgabe 2: (2+3 Punkte)

(i) Sei $\mathcal{I}$ eine Inzidenzgeometrie. Zeigen Sie: Parallelität in dieser Inzidenzgeometrie ist genau dann eine Äquivalenzrelation, wenn (P) gilt.

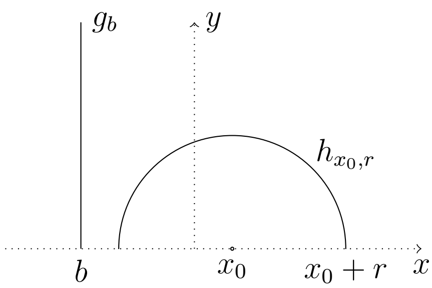
(ii) Sei $P := \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0}$. Die Menge

$$g_b = \{(b, y) \in P \mid y > 0\}$$

bzw.

$$h_{x_0,r} = \{(x, y) \in P \mid (x - x_0)^2 + y^2 = r^2, y > 0\}$$

seien jeweils Geraden in P, vgl. Abbildung. Die Menge aller dieser Geraden mit $b, x_0 \in \mathbb{R}$ und $r \in \mathbb{R}_{>0}$ sei G. Es gelte $(p, g) \in I \subset P \times G$ genau dann, wenn $p \in g \subset P$ gilt. Zeigen Sie, dass (P, G, I) eine Inzidenzgeometrie ist, aber (P) nicht gilt.



Aufgabe 3: (2+2 Punkte)
Wir betrachten in dieser Aufgabe die natürliche Inzidenzstruktur auf $\mathbb{R}^n$, d.h. die Geraden in $\mathbb{R}^n$ seien die üblichen Geraden und ein Punkt $p \in \mathbb{R}^n$ indiziert mit einer Geraden g genau dann, wenn $p \in g$.

(i) Zeigen Sie: $\mathbb{R}^n$ ist eine Inzidenzgeometrie genau dann, wenn $n \geq 2$.

(ii) Zeigen Sie: $\mathbb{R}^n$ ist eine affine Ebene genau dann, wenn $n = 2$.

Abgabedetails: Abgabe am Freitag, den 03. Mai 2019 vor der Vorlesung in den Briefkästen 3.21 und 3.22 im Untergeschoss des mathematischen Instituts.

- Briefkasten 3.21: Gruppen Mi 10-12, Do 10-12.
- Briefkasten 3.22: Gruppen Di 10-12, Di 12-14.