Universität Freiburg
Dr. Ksenia Fedosova
Andreas Demleitner

SS 2019
09.05.2019

Übungsaufgaben zur Vorlesung „Elementargeometrie“

Übungsblatt 3

Aufgabe 1: (3+2+2 Punkte)
Es gelten (I1)–(I3), (A1)–(A5), (K1)–(K6). Es seien g, h, g', h' Geraden mit Punkten p, q auf g, r, s auf h, p', q' auf g' und r', s' auf h'. Die Gerade g und h bzw. g' und h' schneiden sich im Punkt t bzw. t'. Es liege t zwischen p und q und zwischen r und s. Analog liege t' zwischen p' und q' und zwischen r' und s'. Es gelte $\sphericalangle ptr \cong \sphericalangle p't'r'$. Beweisen Sie die folgenden Aussagen.

(i) (Nebenwinkel) $\sphericalangle rtq \cong \sphericalangle r't'q'$ (*Hinweis: Verwenden Sie Satz 4.7 aus der Vorlesung.*)

(ii) (Gegenwinkel) $\sphericalangle stq \cong \sphericalangle s't'q'$

(iii) (Stufenwinkel) Sei zusätzlich ℓ eine Gerade parallel zu h durch q. Sei u ein Punkt auf ℓ, der auf der gleichen Seite von g liegt wie r. Dann gilt (P) genau dann, wenn für alle solche Geraden $\sphericalangle uqt = \sphericalangle rtp$ gilt.

Aufgabe 2: (4 Punkte)
Zeigen Sie, dass die Innenwinkelsumme eines Dreiecks im $\mathbb{R}^2$ gleich π ist.

Hinweise: Betrachten Sie das Dreieck, das durch die drei paarweise verschiedenen Punkte

$$p_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}, \quad p_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad p_3 = \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

gegeben ist. Sie können dann o.B.d.A. $p_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ annehmen (Begründung). Finden Sie dann die Gleichung der Geraden durch p_1, die parallel zur Geraden durch p_2 und p_3 ist. Imitieren Sie dann den Schulbeweis für die zu zeigende Aussage.

Aufgabe 3: (4 Punkte)
Es gelten (I1)–(I3), (A1)–(A5), (K1)–(K6) und (P). Sei g eine Gerade. Sei p ein Punkt, der auf g liegt.
Zeigen Sie: Es gibt eine Gerade h durch p, so dass für Punkte s_1, s_2 auf g, wobei p zwischen s_1 und s_2 liegt, und einen Punkt $r \neq p$ auf h gilt: $\sphericalangle rps_1 \cong \sphericalangle rps_2$.

Abgabedetails: Abgabe am Freitag, den 17. Mai 2019 vor der Vorlesung in den Briefkästen 3.21 und 3.22 im Untergeschoss des mathematischen Instituts.

- Briefkasten 3.21: Gruppen Mi 10-12, Do 10-12.
- Briefkasten 3.22: Gruppen Di 10-12, Di 12-14.