Universität Freiburg
Dr. Ksenia Fedosova
Andreas Demleitner

SS 2019
30.05.2019

Übungsaufgaben zur Vorlesung „Elementargeometrie“

Übungsblatt 6

Aufgabe 1: (2+2 Punkte)
Beweisen Sie die Kongruenzsätze (SSWg) und (WSW).

Aufgabe 2: (4+2+3+2 Punkte)
Sei $\mathbb{H} = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im}(z) > 0\}$ die hyperbolische Halbebene.

(a) Seien $z_1, z_2 \in \mathbb{H}$. Seien weiterhin $b \in \mathbb{R}$ and $a > 0$. Zeigen Sie, dass

$$d_{\mathbb{H}}(z_1, z_2) = d_{\mathbb{H}}(-z_1^{-1}, -z_2^{-1}) = d_{\mathbb{H}}(z_1 + b, z_2 + b) = d_{\mathbb{H}}(az_1, az_2).$$

(b) Seien $p_1(a) = \mathrm{i} - a$, $p_2(a) = \mathrm{i} + a \in \mathbb{H}$. Untersuchen Sie das Verhalten von $d_{\mathbb{H}}(p_1(a), p_2(a))$ für $a \to 0$ bzw. $a \to \infty$.

(c) (Geraden sind unendlich lang) Seien $g_b = \{c(t) = b + t\mathrm{i} \mid t \in (t_+ = 0, t_- = \infty)\}$ und $h_{x_0,r} = \{c(t) = r\cos t + x_0 + \mathrm{i}r\sin t \mid t \in (t_+ = 0, t_- = \pi)\}\}$ gegeben. Zeigen Sie, dass für beide Geraden und $t, s \in (t_+, t_-)$

$$\lim_{t \to t_\pm} d_{\mathbb{H}}(c(t), c(s)) = \infty$$

gilt.

(d) Berechnen Sie $d_{\mathbb{H}}(\mathrm{i}, a\mathrm{i})$, $d_{\mathbb{H}}(a\mathrm{i}, 2a\mathrm{i})$ und $d_{\mathbb{H}}(a\mathrm{i}, a^2\mathrm{i})$ für $a > 0$.

Abgabedetails: Abgabe am Freitag, den 07. Juni 2019 vor der Vorlesung in den Briefkästen 3.21 und 3.22 im Untergeschoss des mathematischen Instituts.

- Briefkasten 3.21: Gruppen Mi 10-12, Do 10-12.
- Briefkasten 3.22: Gruppen Di 10-12, Di 12-14.