

Übungsaufgaben zur Vorlesung „Elementargeometrie“

Übungsblatt 9

Aufgabe 1: (4+4+(1+1*) Punkte)

Seien $Q = (-1, 0)$ und $P = (1, 0)$ zwei Punkte der euklidischen Ebene \mathbb{R}^2 und sei $a \in \mathbb{R}$.

- (a) Es sei $a > 2$. Zeigen Sie: Die Menge aller Punkte $X \in \mathbb{R}^2$ mit

$$\|X - P\| + \|X - Q\| = a$$

bildet eine Ellipse (Gärtnerkonstruktion).

- (b) Es sei $0 < a < 1$. Zeigen Sie: Die Menge aller Punkte $X \in \mathbb{R}^2$ mit

$$\left| \|X - P\| - \|X - Q\| \right| = 2a$$

bildet eine Hyperbel.

Hinweis zu (a) und (b): Sie müssen in (a) und (b) jeweils zweimal quadrieren und dazwischen die Gleichung umstellen. Es ist a priori nicht klar, dass das jeweils zweite Quadrieren eine Äquivalenzumformung ist (das muss begründet werden).

- (c) Beschreiben Sie kurz anhand einer Skizze, welche geometrische Interpretation die Punkte P und Q in (a) besitzen. (Ein Beweis hierfür ist nicht verlangt.)

(1 Bonuspunkt, falls ebenfalls eine geometrische Interpretation für die Punkte P und Q in Teilaufgabe (b) gegeben wird, inkl. Skizze.)

Aufgabe 2: (3+3 Punkte)

Bestimmen Sie die Normalform der folgenden Kegelschnitte gemäß des Verfahrens auf S. 26 im Skript:

(a) $2x^2 + 4xy + 2y^2 - x - y = 3$.

(b) $65x^2 - 156xy - 86x = 12y + 43$.

Abgabedetails: Abgabe am Freitag, den **05. Juli 2019** vor der Vorlesung in den Briefkästen 3.21 und 3.22 im Untergeschoss des mathematischen Instituts.

- Briefkasten 3.21: Gruppen Mi 10-12, Do 10-12.
- Briefkasten 3.22: Gruppen Di 10-12, Di 12-14.