
Übungsaufgaben zur Vorlesung „Analytische Zahlentheorie“

Blatt 1

Aufgabe 1: (2+2+2+2 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils alle $n \geq 1$, für die gilt:

- (1) $\varphi(n) = \frac{n}{2}$,
- (2) $\varphi(n) = \varphi(2n)$,
- (3) $\varphi(n) = 12$,
- (4) $\varphi(n)$ ist ungerade.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Zeigen Sie für $n \geq 1$:

$$\frac{n}{\varphi(n)} = \sum_{d|n} \frac{\mu^2(d)}{\varphi(d)}.$$

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass $\varphi(n) > \frac{n}{6}$ für alle n mit höchstens acht verschiedenen Primteilern gilt.

Bonusaufgabe 4: (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Eulersche Phi-Funktion endliche Fasern hat.

Abgabedetails: Bis **Mittwoch, 26. April 2023, 15 Uhr** in den Briefkasten von Demleitner im 3. Stock des mathematischen Instituts.

Generelle Informationen:

- Mathematische Folgerungen sollen vollständig begründet werden.
- Übungsblätter sollten maximal **zu zweit** abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Abgabe mit den Namen und der Matrikelnummer aller Personen der Gruppe.