
Übungsaufgaben zur Vorlesung „Analytische Zahlentheorie“

Blatt 10 (letztes Blatt)

Sei $L \subset \mathbb{R}^d$ ein Gitter und $U = \langle L \rangle \subset \mathbb{R}^d$ der von L erzeugte Untervektorraum. Das zu L *duale* Gitter ist definiert durch

$$L^* := \{x \in U \mid x \cdot y \in \mathbb{Z} \text{ für alle } y \in L\}.$$

Hierbei bezeichnet $x \cdot y$ das Standardskalarprodukt von x und y .

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Sei $L := \left\{ x = (x_i) \in \mathbb{Z}^d \mid \sum_{i=1}^d x_i \equiv 0 \pmod{2} \right\} \subset \mathbb{R}^d$. Finden Sie L^* .

Aufgabe 2: (5+5+2 Punkte)

Das E_8 -Gitter ist wie folgt definiert:

$$\Lambda_8 := \left\{ x = (x_i) \in \mathbb{Z}^8 \cup \left(\mathbb{Z} + \frac{1}{2} \right)^8 \mid \sum_{i=1}^8 x_i \equiv 0 \pmod{2} \right\} \subset \mathbb{R}^8.$$

- (1) Zeigen Sie $\Lambda_8^* = \Lambda_8$.
- (2) Finden Sie $\det(\Lambda_8)$.
- (3) Was ist der kürzeste Abstand zwischen zwei verschiedenen Punkten von Λ_8 ?

Abgabedetails: Am **Mittwoch, 12. Juli 2023**, Anfang der Übung.

Generelle Informationen:

- Mathematische Folgerungen sollen vollständig begründet werden.
- Übungsblätter können maximal **zu zweit** abgegeben werden. Abgabe zu zweit wird empfohlen.