**Anwesenheitsaufgaben zur „Linearen Algebra II“**
**im Sommersemester 2003 bei Prof. V. Bangert**

Blatt 1 — 5.–6. Mai 2003

---

1. *Parallelogramm-Regel.*

   Sei $V$ ein euklidischer Vektorraum und seien $v, w \in V \setminus \{0\}$. Zeigen Sie:

   $$\|v+w\|^2 + \|v-w\|^2 = 2\big(\|v\|^2 + \|w\|^2\big)$$

   Fertigen Sie eine Skizze an. Was hat das mit einem Parallelogramm zu tun?

2. Betrachten Sie den Vektorraum $C^0\big([-1,1],\mathbb{R}\big) = \big\{f\colon [-1,1] \to \mathbb{R} \;\big|\; f \text{ ist stetig}\big\}$ mit dem $L^2$-Skalarprodukt

   $$\langle f, g\rangle_{L^2} = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,dx\,,$$

   und $f_0, f_1, f_2 \in C^0\big([-1,1],\mathbb{R}\big)$ gegeben durch $f_0(x) = 1$, $f_1(x) = x$, $f_2(x) = x^2$.

   Wenden Sie das Gram-Schmidtsche Orthonormalisierungsverfahren auf $f_0, f_1, f_2$ an und berechnen Sie das zugehörige ONS $g_0, g_1, g_2$.