Anwesenheitsaufgaben zur „Linearen Algebra II“ im Sommersemester 2003 bei Prof. V. Bangert

Blatt 2 12.–13. Mai 2003

---

1. Sei V ein (möglicherweise unendlich-dimensionaler) euklidischer Vektorraum und $U \subseteq V$ ein endlich-dimensionaler Unterraum.

   Zeigen Sie:

   (a) $V = U \oplus U^{\perp}$

   (b) $(U^{\perp})^{\perp} = U$

   Hinweis: Wählen Sie eine Orthonormalbasis von U.

2. Sei $L \in SO(\mathbb{R}^2) \setminus \{\mathrm{id}_{\mathbb{R}^2}\}$ und $b \in \mathbb{R}^2$. Sei $F\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiert durch $F(x) = L(x) + b$.

   Zeigen Sie: F besitzt einen Fixpunkt (d. h. es existiert ein Punkt $p \in \mathbb{R}^2$ mit $F(p) = p$).