Übungen zur Vorlesung „Mathematik II für Studierende des Ingenieurwesens“ im Sommersemester 2011 bei Prof. Dr. V. Bangert

Blatt 01 02. 05. 2011

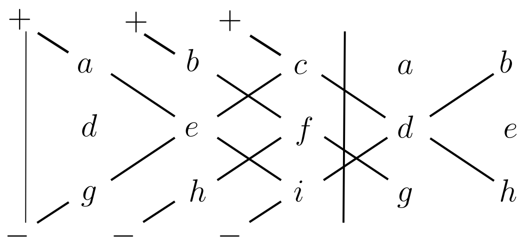
Bitte schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe auf Ihr Blatt.

1. *Regel von Sarrus*

   Die Regel von Sarrus besagt, dass die Determinante einer 3×3-Matrix $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ folgendermaßen berechnet werden kann:

   $$\det(A) = aei + bfg + cdh - gec - hfa - idb.$$

   Die Regel von Sarrus wird auch Jägerzaunregel genannt, da sie mit Hilfe des folgenden Schemas leicht hergeleitet werden kann:



   (a) In Definition (5.4.5) (vgl. Vorlesung vom 9.2.11) wurde die Determinante einer $n \times n$ - Matrix definiert. Zeigen Sie, dass die Determinante einer 3×3-Matrix mit Hilfe der Regel von Sarrus berechnet werden kann.

   (b) Berechnen Sie mit Hilfe der Regel von Sarrus die Determinante für folgende Matrix:

   $$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & -1 & -3 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

2. Betrachten Sie die Matrix

   $$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

   (a) Berechnen Sie $\det(B)$.

   (b) Ist B eine invertierbare Matrix? Begründen Sie Ihre Antwort.

3. *Basis aus Eigenvektoren*

   (a) Bestimmen Sie für die folgende Matrix die Eigenwerte und eine Basis aus Eigenvektoren

   $$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

   (b) Bestimmen Sie eine Matrix B, so dass die Matrix $B^{-1}AB$ Diagonalgestalt besitzt.

4. Betrachten Sie die Matrix $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ aus Anwesenheitsaufgabe 2.

   (a) Berechnen Sie $(A - E_2)^2$ und zeigen Sie, dass für alle $x \in \mathbb{R}^2$ gilt:

   $$Ax - x \in E_A(1).$$

   Zur Erinnerung: $E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

   (b) Bestimmen Sie eine Basis v, w des $\mathbb{R}^2$, so dass gilt:

   $$Av = v \text{ und } Aw = w + v.$$

   (c) Bestimmen Sie eine Matrix $B \in Gl_2(\mathbb{R})$, so dass gilt:

   $$B^{-1}AB = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Abgabe: Montag, 09. 05. vor der Vorlesung

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt

Anwesenheitsaufgaben zur Vorlesung „Mathematik II für Studierende des Ingenieurwesens“ im Sommersemester 2011 bei Prof. Dr. V. Bangert

Blatt 01 02. 05. 2011

---

1. *Basis aus Eigenvektoren*

   (a) Bestimmen Sie für die folgende Matrix die Eigenwerte und eine Basis aus Eigenvektoren

   $$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

   (b) Bestimmen Sie eine Matrix B, so dass die Matrix $B^{-1}AB$ Diagonalgestalt besitzt.

2. Berechnen Sie alle Eigenwerte und die zugehörigen Eigenräume der Matrix

   $$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

   Überlegen Sie, dass diese Matrix nicht diagonalisierbar ist.