

Übungen zur Vorlesung „Mathematik II für Studierende des Ingenieurwesens“

im Sommersemester 2011 bei Prof. Dr. S. Goette

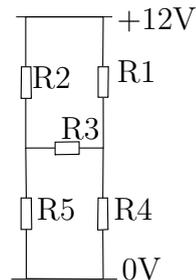
Blatt 03

07. 05. 2012

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe auf Ihr Blatt.

1. Berechnen Sie für das unten eingezeichnete Stromnetz die an den Widerständen $R_1 = 2\Omega$ (Ohm), $R_2 = 1\Omega$, $R_3 = 3\Omega$, $R_4 = 2\Omega$ und $R_5 = 4\Omega$ auftretenden Spannungsabfälle unter der Annahme eines Gesamtspannungsabfalls von 12V (vgl. Skizze). Verwenden Sie hierzu die Kirchhoff'schen Regeln:

- (a) Knotenregel: In jedem Verzweigungspunkt (Knoten) ist die Summe der zu- oder abfließenden Ströme gleich 0.
- (b) Maschenregel: In jedem geschlossenen Stromkreis (Masche) ist die Summe aller Spannungsanstiege gleich 0 (ein Spannungsabfall ist ein negativer Spannungsanstieg).



Hinweis: Für den Zusammenhang von Strom I , Spannung U und Widerstand R gilt:
$$U = RI.$$

2. Sei $I \subseteq \mathbb{R}$ ein offenes Intervall und $k \geq 1$ eine natürliche Zahl. Zeigen Sie, dass die folgenden Mengen Untervektorräume von $C^0(I)$ sind:
- (a) Die Menge $C^k(I)$ der k -fach stetig differenzierbaren Funktionen.
- (b) Die Lösungsmenge der homogenen linearen Differentialgleichung

$$y^{(k)} = g_0 y + g_1 y' + \dots + g_{k-1} y^{(k-1)} \text{ auf } I,$$

wobei $g_0, g_1, \dots, g_{k-1} : I \rightarrow \mathbb{R}$ stetige Funktionen sind.

3. Bestimmen Sie jeweils alle Lösungen der Differentialgleichung $f'' + f = 0$ auf \mathbb{R} mit
- (a) $f(\frac{\pi}{6}) = 1$ und $f(\frac{\pi}{2}) = -1$
- (b) $f(\frac{\pi}{2}) = 2$ und $f(-\frac{\pi}{2}) = -2$
- (c) $f(0) = 1$ und $f'(0) = 0$

Hinweis: Benutzen Sie den Ansatz $f = a \cos + b \sin$ und bestimmen Sie jeweils alle Paare (a, b) .

4. Seien $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$, $v_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$.

- (a) Sind die Vektoren v_1 , v_2 und v_3 linear unabhängig?
- (b) Geben Sie eine Basis für den von v_1 , v_2 und v_3 erzeugten Unterraum an.

Abgabe: Bitte werfen Sie Ihre Lösung am Montag, 14. 05. 12, bis 14.15h in den dafür vorgesehenen Briefkasten im Untergeschoss der Eckerstr. 1.

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Blatt